

## Prova 3 – Matemática

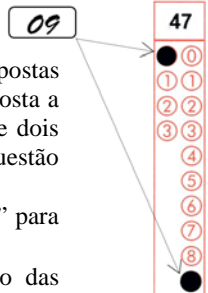
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

### INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao número constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise imediatamente o fiscal.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9h.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação e verifique se as matérias correspondem àquelas relacionadas na etiqueta fixada em sua carteira. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos com lentes escuras, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 player ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova. Ou seja, você só poderá deixar a sala de provas após as 11h30min.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Preenchimento da Folha de Respostas: no caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09 (soma, no exemplo, das alternativas corretas 01 e 08).
- ATENÇÃO:** não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período o “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas neste Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

### RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – VERÃO 2017

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

MATEMÁTICA – Formulário

<p>Geometrias Plana, Espacial e Analítica</p>	<p>Área do triângulo:  <math>A = \frac{b \cdot h}{2}</math>, em que <math>b</math> é a medida de um dos lados do triângulo e <math>h</math> é a medida da altura relativa ao lado de medida <math>b</math>.</p> <p>Área do retângulo: <math>A = b \cdot h</math>, em que <math>b</math> é a medida de um dos lados do retângulo e <math>h</math> é a medida da altura relativa ao lado de medida <math>b</math>.</p> <p>Área do círculo: <math>A = \pi r^2</math>, em que <math>r</math> é a medida do raio.</p> <p>O perímetro de uma circunferência é <math>2\pi r</math>, em que <math>r</math> é a medida do raio.</p> <p>Volume da pirâmide: <math>V = \frac{1}{3} A \cdot h</math>, em que <math>A</math> é a área da base e <math>h</math> é a medida da altura.</p> <p>Volume de um paralelepípedo: <math>V = A \cdot h</math>, em que <math>A</math> é a área de uma base e <math>h</math> é a medida da altura relativa à base escolhida.</p> <p>Volume de um cilindro: <math>V = A \cdot h</math>, em que <math>A</math> é a área da base e <math>h</math> é a medida da altura.</p> <p>Lei dos cossenos: <math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}</math></p>
<p>Progressões e álgebra</p>	<p>Progressão Aritmética (PA):</p> $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$ $S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (PG):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ $x_{\text{vértice}} = \frac{-b}{2a}$ <p>Relações de Girard <math>\sum_{1 \leq i_1 &lt; \dots &lt; i_k \leq n} x_{i_1} \cdots x_{i_k} = (-1)^k \frac{a_{n-k}}{a_n}</math></p>

# MATEMÁTICA

## Questão 01

Uma sequência infinita  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  de números reais é construída de modo que  $a_1 < 5$  e, para todo natural  $n$ ,

$$5 - a_{n+1} = \frac{1}{3}(5 - a_n). \text{ Assinale o que for } \mathbf{correto}.$$

- 01) Todos os termos da sequência são menores do que 5.
- 02) Essa sequência é crescente.
- 04) Se  $a_1 = 2$ , então essa sequência é uma progressão geométrica.
- 08) Se  $a_1$  é irracional, então todos os demais termos da sequência também são.
- 16) Se  $a_1 = -1$ , então todos os demais termos da sequência são positivos.

## Questão 02

Seja  $V = \{1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6\}$  um subconjunto de  $\mathbb{C}$  formado pelos números complexos que, no plano complexo, correspondem aos vértices de um hexágono regular cujo centro está situado na origem. Assinale o que for **correto**.

- 01) O produto de quaisquer dois elementos de  $V$  também pertence a  $V$ .
- 02) A diferença de quaisquer dois elementos de  $V$  também pertence a  $V$ .
- 04) O conjugado de todo elemento de  $V$  também pertence a  $V$ .
- 08) A soma de quaisquer dois elementos de  $V$  também pertence a  $V$ .
- 16) A divisão de um elemento de  $V$  por outro elemento de  $V$  sempre pertence a  $V$ .

## Questão 03

Considere as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$ , dadas a seguir, que possuem como domínio e contradomínio o conjunto dos reais

$$f(x) = 2x - 1,$$

$$g(x) = \begin{cases} 5x^2 - 1, & \text{se } x \geq 0 \\ -2^x, & \text{se } x < 0 \end{cases} \text{ e}$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 10}.$$

Assinale o que for **correto**.

- 01) A função  $f$  é decrescente.
- 02) O menor valor da função  $g$  ocorre para  $x = 0$ .
- 04)  $h(3) = 5$ .
- 08) A função  $f$  é injetora e sobrejetora.
- 16) Todo número real positivo pertence à imagem de  $h$ .

**Questão 04**

Considerando um retângulo  $ABCD$ , assinale o que for **correto**.

- 01) Quaisquer que sejam  $P$  e  $Q$  pontos do segmento  $\overline{AB}$ , os triângulos  $CDP$  e  $CDQ$  possuem a mesma área.
- 02) Quaisquer que sejam  $P$  e  $Q$  pontos do segmento  $\overline{AB}$ , os triângulos  $CDP$  e  $CDQ$  possuem o mesmo perímetro.
- 04) Quaisquer que sejam  $P$  e  $Q$  pontos do segmento  $\overline{AB}$ , os triângulos  $PQC$  e  $PQD$  possuem a mesma área.
- 08) Se o perímetro de  $ABCD$  é de 8cm, então sua área não supera  $4\text{cm}^2$ .
- 16) Se a área de  $ABCD$  é de  $8\text{cm}^2$ , então seu perímetro não supera 16cm.

**Questão 05**

Sendo  $a, b, c$  e  $d$  números racionais, assinale o que for **correto**.

- 01) Temos que  $a + b\sqrt{3} = c + d\sqrt{3}$  somente se  $a = c$  e  $b = d$ .
- 02) Se  $a$  e  $b$  não são ambos nulos, então existem racionais  $p$  e  $q$  tais que  $(a + b\sqrt{3})^{-1} = p + q\sqrt{3}$ .
- 04) Se  $a + b\sqrt{3}$  é raiz de um polinômio de grau 2 de coeficientes racionais, então  $a - b\sqrt{3}$  também é raiz desse mesmo polinômio.
- 08)  $1 + \sqrt{3}$  não é raiz de nenhum polinômio de grau 2 com coeficientes racionais.
- 16) Existem  $r$  e  $s$  racionais para os quais  $(a + b\sqrt{3})(c + d\sqrt{3}) = r + s\sqrt{3}$ .

**Questão 06**

Considere, em um mesmo plano, duas circunferências  $\lambda$  e  $\mu$ , respectivamente, com raios de 4cm e de 1cm e centros  $O$  e  $P$ , que distam 6cm um do outro. Sejam  $r$  e  $s$  retas tangentes simultaneamente às duas circunferências de modo que  $r$  intercepta a reta  $\overline{OP}$  em um ponto  $Q$  entre  $O$  e  $P$  e  $s$  intercepta  $\overline{OP}$  em um ponto  $R$ , com  $P$  entre  $O$  e  $R$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) As circunferências são secantes entre si.
- 02) A área do círculo delimitado por  $\lambda$  é o quádruplo da área do círculo delimitado por  $\mu$ .
- 04) Sendo  $T$  o ponto de tangência de  $s$  com  $\lambda$ , o ângulo  $\widehat{ROT}$  mede  $60^\circ$ .
- 08) A distância de  $O$  a  $R$  é de 8cm.
- 16) O ponto  $Q$  está mais próximo de  $O$  do que de  $P$ .

Rascunho

**Questão 07**

Em um parque de diversões, há um jogo de dardos cujo alvo é um círculo de raio 24cm, no qual estão desenhadas 3 circunferências cujos centros são o centro do alvo e de raios 18cm, 12cm e 6cm, que delimitam as zonas de pontuação do jogo. Se o jogador acertar um dardo dentro do alvo, mas fora do círculo de raio 18cm, ganha 10 pontos; se acertar na região delimitada pelos círculos de raios 18cm e 12cm, ganha 25 pontos; se acertar a região delimitada pelos círculos cujos raios medem 12cm e 6cm, ganha 50 pontos; se acertar dentro do círculo com 6cm de raio, ganha 100 pontos. Pagando R\$5,00, o jogador tem direito a cinco arremessos e, se fizer pelo menos 200 pontos na soma dos pontos em seus arremessos, ganhará R\$7,50. Considere um jogador que nunca arremessa dardos para fora do alvo e para o qual a probabilidade de acertar uma região de pontuação, em cada arremesso, é proporcional à área daquela região. Assinale o que for **correto**.

- 01) A probabilidade de esse jogador acertar a zona de pontuação de 10 pontos em um arremesso é maior do que  $1/2$ .
- 02) Se esse jogador fizer 30 pontos em seus três primeiros arremessos, a probabilidade de ele ganhar o dinheiro ao final dos cinco arremessos será inferior a 1%.
- 04) Se, ao final dos cinco arremessos, ele obtiver 195 pontos, será possível dizer com certeza quantas vezes ele acertou cada região do alvo.
- 08) Sendo  $p_1$  a probabilidade de esse jogador acertar a zona de 10 pontos,  $p_2$  a probabilidade de esse jogador acertar a zona de 25 pontos,  $p_3$  a probabilidade de esse jogador acertar a zona de 50 pontos e  $p_4$  a probabilidade de esse jogador acertar a zona de 100 pontos, a sequência  $p_1, p_2, p_3, p_4$  é uma progressão aritmética.
- 16) A probabilidade de esse jogador errar a zona de 100 pontos em todos os seus cinco arremessos é maior do que 50%.

**Questão 08**

Considere, no plano cartesiano, os pontos  $A(4, -3)$ ,  $B(7, 2)$  e  $C(0, -5)$ . Assinale o que for **correto**.

- 01)  $A$  está mais distante de  $B$  do que de  $C$ .
- 02) A área do triângulo que tem esses pontos por vértices é 7 unidades de área.
- 04) A circunferência de centro  $C$  que passa por  $A$  é tangente à circunferência de centro  $B$  que passa por  $A$ .
- 08) A equação da circunferência de centro em  $A$  e que passa por  $C$  é  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 20$ .
- 16) A reta que passa por  $B$  e por  $C$  também cruza o eixo das abscissas no ponto  $(4, 0)$ .

**Questão 09**

Assinale o que for **correto**.

01)  $\sin(120^\circ) = \cos(60^\circ)$ .

02)  $\left(\frac{8}{9}\right)^5 = \frac{2^{15}}{3^{10}}$ .

04) Se  $0 < a < 1$ , então a função  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(x) = a^x$ , para todo  $x$  real, é uma função crescente.

08) Sempre que  $1 < a < b$ , temos  $\log_b a < 0$ .

16) A equação  $e^x + e^{-x} = 0$  não possui solução real.

**Questão 10**

No jogo tradicional de bingo, cada jogador compra cartelas com 24 números entre 1 e 75 (inclusive): cinco números entre 1 e 15 (coluna B), cinco números entre 16 e 30 (coluna I), quatro números entre 31 e 45 (coluna N), cinco números entre 46 e 60 (coluna G) e cinco números entre 61 e 75 (coluna O). Durante o jogo, os números vão sendo sorteados, até que um jogador preencha sua cartela. Dizemos que duas cartelas são disjuntas se não há um número que pertença simultaneamente às duas. Assinale o que for **correto**.

- 01) Há mais possibilidades para uma cartela de bingo do que pessoas vivendo na Terra.
- 02) É impossível alguém vencer o jogo logo após o sorteio do vigésimo número.
- 04) O maior número possível de cartelas em um jogo no qual quaisquer duas cartelas são disjuntas é cinco.
- 08) É possível haver uma cartela cuja soma de todos os números dela seja igual a 200.
- 16) Dentre todas as cartelas possíveis, há mais cartelas contendo o número 44 do que cartelas contendo o número 23.

**Questão 11**

Considere o sistema linear nas incógnitas  $x$ ,  $y$  e  $z$  dado por meio da seguinte operação com matrizes  $AX = B$ , onde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \text{ de forma que } a, b \text{ e } c$$

sejam números reais dados e fixos. Assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $a = b = c = 0$ , isto é, se o sistema for homogêneo, então ele será possível e indeterminado.
- 02) Se  $a$  e  $b$  forem nulos e distintos de  $c$ , então o sistema será impossível.
- 04) O determinante da matriz  $A$  é não nulo.
- 08) Se  $a = b = 1$  e  $c = 0$ , então a terna  $(-1, 1, 0)$  é uma solução do sistema.
- 16) Se o sistema for homogêneo, então a terna  $(2, 1, 0)$  é uma solução do sistema.

**Questão 12**

Considere um campeonato com 16 times de futebol, nomeados de  $T_1$  até  $T_{16}$ . Sobre a formação dos jogos e resultados das partidas, assinale o que for **correto**.

- 01) A probabilidade de, no primeiro sorteio, sair o time  $T_3$  é de 30%.
- 02) Existem  $16!$  possibilidades de escolher o primeiro jogo (dois times).
- 04) Se, no campeonato, em cada jogo tivermos um vencedor e se o perdedor for eliminado, então teremos 15 jogos até conhecermos o vencedor.
- 08) Existem exatamente 1820 possibilidades de se formar 4 grupos de 4 times.
- 16) A chance de um time ganhar seus 3 primeiros jogos, considerando-se que não existe a possibilidade de empate, é de 12,5%.

**Questão 13**

Sobre matrizes, assinale o que for **correto**.

- 01) A matriz  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ , com  $a_{ij} = 0$  se  $i < j$ , é uma matriz triangular inferior.
- 02) Uma matriz  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  é chamada matriz diagonal se  $a_{ij} = 0$ , sempre que  $i \neq j$ .
- 04) Considere uma matriz  $A = [a_{ij}]_{3 \times 5}$ . Ela será a matriz identidade se  $\begin{cases} a_{ij} = 1, i = j \\ a_{ij} = 0, i \neq j \end{cases}$ .
- 08) Ao somarmos uma matriz  $3 \times 2$  com uma  $2 \times 3$ , teremos uma matriz  $3 \times 3$ .
- 16) Se  $A$  é uma matriz  $m \times n$ , então a multiplicação da matriz  $A$  por sua transposta  $A^t$  será uma matriz  $m \times m$ .

**Questão 14**

Sobre trigonometria, assinale o que for **correto**.

- 01) Se um mastro de navio está preso no seu topo, por um cabo de 10m de comprimento, ao convés, a uma distância de 5m, então o ângulo do cabo com o convés é de  $60^\circ$ .
- 02)  $(1 + \operatorname{tg}(x))(1 - \operatorname{tg}(x)) = (\sqrt{2} - \operatorname{sec}(x))(\sqrt{2} + \operatorname{sec}(x))$ , para todo  $x$  nos domínios das funções.
- 04) A função  $f(x) = 3\operatorname{sen}^2(x) + 2\operatorname{cos}^2(x)$  é crescente no intervalo  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .
- 08) A solução da equação  $3\operatorname{cos}^2(2x)\operatorname{sen}(2x) + 3\operatorname{sen}^3(2x) = 3$  é  $S = \{x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .
- 16) Em uma pequena cidade há um aeroporto com uma pista de 1km, ao final da qual há um prédio de 30m de altura. Um monomotor precisa de 650m para ganhar velocidade a fim de decolar, e a altura de segurança entre o avião e o prédio é de no mínimo 220m. Assim, se o monomotor decolar a um ângulo de  $30^\circ$ , ele estará seguro.

**Questão 15**

Considere a equação  $ax^2 + by^2 = 1$ , com  $a$  e  $b$  números reais. Assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $a$  e  $b$  tiverem sinais opostos, então essa equação descreve uma hipérbole.
- 02) Se  $a = 25$  e  $b = 9$ , então temos uma elipse de eixo menor com extremos em  $(0, 3)$  e  $(0, -3)$ .
- 04) Se  $a = -25$  e  $b = 9$ , então a cônica estará centrada na origem e seus focos estarão no eixo  $y$ .
- 08) Se  $a$  é positivo e  $b = 0$ , então temos uma parábola com concavidade voltada para cima.
- 16) Se  $a = b = 25$ , então a reta dada por  $y = 5$  é tangente à cônica.

**Questão 16**

Rascunho

Considerando as retas  $r: x - y = 1$ ,  $s: 2x - 2y - 4 = 0$  e  $t: y = -x + 3$ , assinale o que for **correto**.

- 01) As retas  $s$  e  $t$  são perpendiculares.  
 02) As retas  $s$  e  $r$  se interceptam em um único ponto.  
 04) O ponto  $(4,3)$  pertence à reta  $r$ , mas não pertence às outras retas.  
 08) As retas  $r$  e  $t$  se interceptam em  $(2, 1)$ .  
 16) As retas  $s$  e  $r$  têm o mesmo coeficiente angular.

**Questão 17**

O preço da barra de chocolate em mercados oscila muito. Em vista disso, realizou-se uma pesquisa que apresentou os seguintes resultados em relação a uma mesma marca:

Mercado	Peso	Valor
A	200g	R\$4,50
B	180g	R\$4,32
C	200g	R\$4,70
C	180g	R\$3,96
D	210g	R\$5,16

Assinale o que for **correto**.

- 01) O preço médio por 100g é de R\$2,34.  
 02) O produto mais barato por grama é do mercado B.  
 04) Na média dos produtos vendidos por mercado, C tem o menor preço por grama.  
 08) Se o mercado que cobra mais caro, por grama, fizer um desconto de 20%, ele ainda não será o mais barato.  
 16) O chocolate mais caro, por grama, tem valor 15% maior que o mais barato.

**Questão 18**

Sobre geometria espacial, assinale o que for **correto**.

- 01) Dois planos sempre se interceptam.  
 02) Duas retas perpendiculares determinam um único plano.  
 04) Dado um ponto qualquer  $P$  em um plano  $\pi$ , existe uma única reta passando por  $P$  perpendicular ao plano.  
 08) Se duas retas não são paralelas, então elas são reversas.  
 16) Se uma reta não intercepta um determinado plano, então necessariamente ela é paralela a ele.



**Questão 19**

Considere o polinômio  $p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ , em que os coeficientes são todos reais. Assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $a_0$  é não nulo, então o zero nunca será raiz desse polinômio.
- 02) Se  $a_3 = 0$ , então esse polinômio poderá ser fatorado na forma  $(x - r_1)(x - r_2)$ , em que  $r_1$  e  $r_2$  são raízes do polinômio.
- 04) Se  $a_2 = 1$  e 4 e 5 são as únicas raízes reais de multiplicidade 1 do polinômio, então teremos que  $a_3 = 0$  e  $a_0 = 20$ .
- 08) Se  $a_3 \neq 0$ , então é possível que esse polinômio tenha apenas duas raízes reais de multiplicidade 1.
- 16) Se 1, 2 e 3 são raízes do polinômio, então  $a_1 = 11a_3$ .

**Questão 20**

Considere um prisma reto de base triangular  $T$ , com sua base repousada em um plano cartesiano cujos vértices possuem coordenadas  $A = (2, 2)$ ,  $B = (6, 2)$  e  $C = (3, 6)$ . Suponha, ainda, que sua face retangular, correspondente aos vértices  $B$  e  $C$  da base, esteja em outro plano cartesiano cujos vértices são  $B' = (1, 1)$ ,  $C'$  de abscissa 1,  $M = (6, 1)$  e  $N$ . Considerando que os vértices da base  $B$  e  $C$  correspondem, respectivamente, aos vértices  $B'$  e  $C'$  da face lateral e que as unidades de medida nos dois sistemas cartesianos são as mesmas. Assinale o que for **correto**.

- 01) A ordenada de  $C'$  é 5.
- 02)  $N = (6, 6)$ .
- 04) A altura do prisma corresponde à distância entre  $M$  e  $N$ .
- 08) O volume desse prisma é de 20 unidades cúbicas.
- 16) A área da face do prisma é de 20 unidades quadradas.