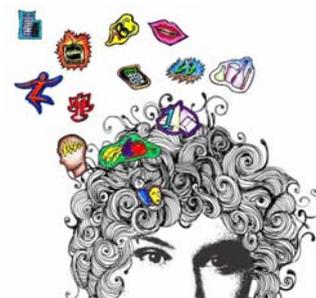


# VESTIBULAR VERÃO 2012 UEM



## Prova 3 – Matemática

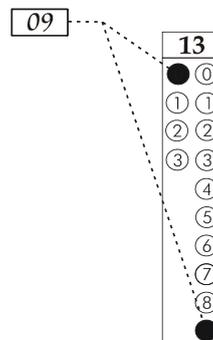
### QUESTÕES OBJETIVAS

Nº DE ORDEM:  
NOME DO CANDIDATO:

Nº DE INSCRIÇÃO:

### INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME, conforme o que consta na etiqueta fixada em sua carteira.
- Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise, imediatamente, o fiscal.
- É proibido folhear o Caderno de Provas antes do sinal, às 9 horas.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas (20 de cada matéria) e/ou qualquer tipo de defeito. Qualquer problema, avise, imediatamente, o fiscal.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de 2 horas após o início da resolução da prova.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Transcreva as respostas deste caderno para a Folha de Respostas. A resposta correta será a soma dos números associados às alternativas corretas. Para cada questão, preencha sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo ao lado: questão 13, resposta 09 (soma das alternativas 01 e 08).
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- Se desejar, transcreva as respostas deste caderno no Rascunho para Anotação das Respostas, constante abaixo, e destaque-o, para retirá-lo hoje, nesta sala, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação do candidato. Após esse período, não haverá devolução.



Corte na linha pontilhada.

### RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

## Questão 01

Sabendo que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números inteiros e que o número complexo  $2+i$  é zero (raiz) do polinômio  $x^3 + ax^2 + bx + c$ , assinale o que for **correto**.

- 01) Esse polinômio possui outra raiz complexa, cujo módulo é  $\sqrt{5}$ .
- 02) O argumento de  $2+i$  é superior a  $\frac{\pi}{4}$  rad.
- 04) Todas as raízes reais desse polinômio são inteiras.
- 08) Se 1 é raiz desse polinômio, então  $a = c$ .
- 16) É possível escolher os inteiros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , de modo que o polinômio não possua raízes reais.

## Questão 02

Considere, em um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, duas circunferências  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , tangentes entre si, com respectivos centros  $C_1(3,0)$  e  $C_2(0,3)$  e o raio de  $\lambda_2$  sendo o dobro do raio de  $\lambda_1$ . Com relação a essas circunferências, assinale o que for **correto**.

- 01) A reta de equação  $x - 2y = 0$  é tangente a ambas as circunferências.
- 02) O eixo das abscissas é secante a ambas as circunferências.
- 04) O ponto de tangência comum das circunferências dista  $\sqrt{5}$  da origem do sistema de coordenadas.
- 08) A reta de equação  $x + y = 3$  contém o ponto de tangência comum das circunferências.
- 16) A equação de  $\lambda_1$  é  $x^2 + y^2 - 6x + 7 = 0$ .

**Questão 03**

Seja  $r$  um número inteiro positivo fixado. Considere a sequência numérica definida por 
$$\begin{cases} a_1 = r \\ a_{n+1} = a_n + a_1 \end{cases}$$

e assinale o que for **correto**.

- 01) A soma dos 50 primeiros termos da sequência  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots)$  é  $2.500r$ .
- 02) A sequência  $(a_1, a_2, a_4, a_8, a_{16}, \dots)$  é uma progressão geométrica.
- 04) A sequência  $(a_1, a_3, a_5, a_7, a_9, \dots)$  é uma progressão aritmética.
- 08) O vigésimo termo da sequência  $(a_1, a_2, a_4, a_8, a_{16}, \dots)$  é  $2^{20}r$ .
- 16) A soma dos 30 primeiros termos da sequência  $(a_2, a_4, a_6, a_8, a_{10}, \dots)$  é  $930r$ .

**Questão 04**

Considere uma esfera, um cilindro circular reto e um cone, todos com o mesmo volume. Além disso, a altura do cilindro é igual à metade da altura do cone, e a altura do cone é igual ao raio da esfera. Assinale o que for **correto**.

- 01) O raio da base do cone é menor do que o raio da base do cilindro.
- 02) O raio da base do cone é igual ao dobro do raio da esfera.
- 04) A altura do cilindro é igual ao diâmetro da esfera.
- 08) A área da superfície da esfera é igual ao triplo da área da base do cilindro.
- 16) Se o raio da esfera mede  $\sqrt{5}$  cm, a geratriz do cone mede 5 cm.

**Rascunho**

**Questão 05**

Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x - 2y + az = 3 \\ bx + 2y - 2z = 0, \text{ em que } a \text{ e } b \text{ são coeficientes reais.} \\ 4x - 2y + 2z = 6 \end{cases}$$

A respeito desse sistema e de seus conhecimentos sobre o assunto, assinale o que for **correto**.

- 01) Se a tripla  $(1,2,3)$  é uma solução do sistema linear, então o sistema é possível e indeterminado.  
02) Se  $a = b = 0$ , o sistema linear é impossível.  
04) Existem  $a, b$  reais, tais que a tripla  $(1,0,1)$  é uma solução do sistema linear.  
08) Se  $a = 2$  e  $b = -1$ , o sistema linear é impossível.  
16) Se  $y = z$  e  $b = 0$ , o sistema linear é possível para qualquer valor de  $a$ .

**Questão 06**

Sobre funções reais (domínio e contradomínio real), assinale o que for **correto**.

- 01) Uma função constante é sempre injetora.  
02) Uma função de segundo grau é sempre sobrejetora.  
04) Sejam  $f$  e  $g$  funções, tais que  $g(x) = f(x) + 1$ , para todo  $x$  real. Então o gráfico da função  $g$  corresponde sempre ao gráfico da função  $f$ , trasladado de uma unidade para baixo no plano cartesiano.  
08) Toda função do primeiro grau é injetora e sobrejetora e, portanto, possui inversa.  
16) A imagem da função  $f$ , tal que, para todo  $x$  real,  $f(x) = \sin x$ , é o intervalo fechado  $[-1,1]$ .

**Questão 07**

A respeito das definições e propriedades de figuras geométricas planas, assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) Dois triângulos com áreas iguais devem ter perímetros iguais.  
02) Dois quadrados com áreas iguais devem ter perímetros iguais.  
04) Quaisquer triângulos semelhantes têm áreas iguais.  
08) Quadrados com perímetros iguais têm áreas iguais.  
16) Se um círculo tem área igual à de um quadrado, então o comprimento da circunferência é maior do que o perímetro do quadrado.

**Questão 08**

Assinale o que for **correto**.

01)  $\log_3(\sqrt{3})^{10} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ .

02)  $20^2 > 2^9$ .

04) A equação  $\log_2 x = x$  não tem solução inteira.

08)  $\log_2 10 = 1 + \log_2 5$ .

16)  $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^3 < \log_5 \sqrt{5}$ .

**Questão 09**

Seja A o seguinte conjunto de números naturais:  
 $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ . Assinale o que for **correto**.

01) Podem ser formados exatamente 24 números ímpares com 4 algarismos escolhidos dentre os elementos do conjunto A.

02) Existem exatamente 96 números de 5 algarismos formados com elementos distintos de A e terminados com um algarismo par.

04) Podem ser formados exatamente 64 números pares de 3 algarismos com elementos do conjunto A.

08) Existem exatamente 3.125 números menores do que 100.000 formados com elementos do conjunto A.

16) Podem ser formados exatamente 49 números menores do que 350 com elementos distintos do conjunto A.

**Rascunho**

**Questão 10**

No espaço tridimensional, considere um plano  $\pi$  e as retas  $r$ ,  $s$  e  $t$ , distintas duas a duas, de modo que  $r$  e  $s$  são perpendiculares ao plano  $\pi$  e a reta  $t$  não possua qualquer ponto em comum com o plano  $\pi$  e seja concorrente com as retas  $s$  e  $r$ . Sobre a situação descrita, assinale o que for **correto**.

- 01) As retas  $r$  e  $s$  são paralelas.  
 02) As retas  $s$  e  $t$  são reversas.  
 04) A reta  $t$  é paralela ao plano  $\pi$ .  
 08) A reta  $s$  é perpendicular a qualquer reta do plano  $\pi$  concorrente a ela.  
 16) Se  $A$  e  $B$  são pontos distintos de  $r$ , e  $P$  e  $Q$  são pontos distintos de  $s$ , então os triângulos  $APQ$  e  $BPQ$  possuem a mesma área.

**Questão 11**

Sejam  $A$  uma matriz  $2 \times 2$  e  $B$  e  $C$  matrizes  $2 \times 1$ , de modo que  $AB = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  e  $A(B+C) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Assinale o que for **correto**.

- 01)  $AC = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ .  
 02) Necessariamente  $\det A \neq 0$ .  
 04) Se  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ , então  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ .  
 08) Se  $A$  for a matriz identidade, então  $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ .  
 16) Se  $C^t AB = 0$ , os dois elementos de  $C$  são iguais.

**Questão 12**

Assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $x$  é um número real positivo e menor do que 1,  $\sqrt{x} > x$ .  
 02)  $\left(\frac{7}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = \frac{15}{8}$ .  
 04)  $\left|\frac{5}{4} - 3\right| > 2$ .  
 08)  $1,80808\dots < \frac{27}{15}$ .  
 16)  $\sqrt{2 - \sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Questão 13**

Considere um triângulo ABC com medidas  $AB=5$  cm,  $AC=2$  cm e  $BC=4$  cm. Sejam D o ponto médio de  $\overline{BC}$  e E o ponto médio de  $\overline{AB}$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) Os triângulos ABC e EBD são congruentes.
- 02) A área do triângulo ABC é menor do que  $4 \text{ cm}^2$ .
- 04) O triângulo EBD é obtusângulo.
- 08) O centro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC está no interior desse triângulo.
- 16) A área do quadrilátero AEDC é o triplo da área do triângulo EBD.

**Questão 14**

Sejam  $f$  e  $g$  funções quadráticas definidas por:

$f(x) = 5x - x^2$  e  $g(x) = -x^2 + 11x - 10$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) As raízes positivas de  $f(x) = 0$  e  $g(x) = 0$ , ordenadas de modo crescente, formam uma progressão geométrica.
- 02) Existe um único  $x$  real, tal que  $f(x) = g(x)$ .
- 04) O máximo da função  $f$  ocorre em  $x = \frac{5}{2}$ .
- 08) O valor máximo de  $f(x) + g(x)$  é 22.
- 16) A função  $h$  definida por  $h(x) = f(x) - g(x)$  também é uma função quadrática.

**Rascunho**

**Questão 15**

Considere uma circunferência de centro  $O$  e raio 2 u.c. Sejam  $A, B, C, D$  e  $E$  pontos sobre essa circunferência, nesta ordem, e tais que  $\overline{AD}$  e  $\overline{BE}$  sejam diâmetros. Assinale o que for **correto**.

- 01) Os triângulos  $ABD$  e  $ACD$  são triângulos retângulos.  
02) O quadrilátero  $ABDE$  é um retângulo.  
04) A área do triângulo  $ACD$  é maior do que 4 u.a.  
08) A medida do ângulo  $A\hat{E}B$  é a metade da medida do ângulo  $E\hat{O}D$ .  
16) A área do quadrilátero  $ABDE$  é maior do que  $\frac{3}{4}$  da área do círculo.

**Questão 16**

Sobre a cônica de equação  $x^2 + 4y^2 = 9$ , assinale o que for **correto**.

- 01) Trata-se de uma elipse.  
02) A cônica intercepta o eixo das abscissas em  $(3,0)$  e  $(-3,0)$ .  
04) Se  $A$  e  $B$  são pontos da cônica que não são colineares com os focos  $D$  e  $E$  da cônica, os triângulos  $ADE$  e  $BDE$  possuem o mesmo perímetro.  
08) A circunferência centrada na origem e de raio  $\sqrt{2}$  tangencia essa cônica.  
16) O ponto  $(2\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  pertence à cônica.

**Rascunho**

**Questão 17**

Com relação aos conceitos e às propriedades de funções e equações trigonométricas, assinale o que for **correto**.

- 01) A equação  $\operatorname{tg}(x) = \operatorname{sen}(x)$  não tem soluções.  
02) Se  $f$  é definida por  $f(x) = \operatorname{sen}(x) \cdot \operatorname{cos}(x)$ , então a equação  $f(x) = 0$  tem como conjunto solução

$$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

- 04) A função  $f(x) = \operatorname{cos}(x)$  é crescente no intervalo

$$\left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

- 08) O gráfico da função  $f$ , definida por

$$f(x) = \operatorname{sen}(x) - \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x)\operatorname{cos}(x),$$
 coincide com o

gráfico da função  $g$ , definida por  $g(x) = \operatorname{sen}^3(x)$ .

- 16) Para qualquer  $a \in \mathbb{R}$ , existe  $x \in \mathbb{R}$ , tal que  $\operatorname{tg}(x) > a$ .

**Questão 18**

Em determinado concurso vestibular de uma Universidade há 25.000 inscritos, concorrendo a 2.000 vagas. Chamando os cursos mais concorridos de A, B e C, temos as seguintes concorrências:

- A: 200 candidatos/vaga;
- B: 70 candidatos/vaga;
- C: 40 candidatos/vaga.

Sabendo que o número de vagas para o curso A é 20 e para os cursos B e C é 40, para cada um, e que um candidato só pode concorrer à vaga em um único curso, assinale o que for **correto**.

- 01) Escolhido, ao acaso, um dos inscritos, a probabilidade de ele não estar concorrendo a uma das vagas dos cursos A, B e C é maior do que 0,6.  
02) A probabilidade de um candidato, concorrendo ao curso A, passar é de 0,005.  
04) A probabilidade de escolher, ao acaso, entre os inscritos, um candidato aos cursos A ou C é de 0,2.  
08) Escolhido, ao acaso, um dos inscritos, a probabilidade de ele estar concorrendo a uma vaga para o curso B é de 0,1.  
16) Escolhido, ao acaso, um dos inscritos, a probabilidade de ele ser um dos aprovados para o curso C é de 0,0016.

**Questão 19**

Considere dois prismas retos de mesma altura,  $h = 6$  cm, e com bases sendo hexágonos regulares, de modo que um seja inscrito no outro. Os vértices do prisma inscrito são os pontos médios das arestas das bases do outro prisma, e as arestas da base do prisma inscrito medem 2 cm. Com relação a esses prismas, assinale o que for **correto**.

01) As arestas das bases do prisma maior medem

$$\frac{4}{3}\sqrt{3} \text{ cm.}$$

02) A área lateral do prisma maior mede  $48\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .

04) O volume do prisma menor é  $\frac{36}{3}\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .

08) A diferença entre os volumes dos prismas é de  $12\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .

16) O quociente entre os volumes do prisma maior e do menor é  $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ .

**Questão 20**

Sobre a reta  $r$  de equação  $3x - 2y + \sqrt{5} = 0$ , assinale o que for **correto**.

01) O ponto  $(2, \sqrt{5})$  pertence a  $r$ .

02) Se  $(x, y)$  pertence a  $r$ , então  $x$  e  $y$  não podem ser ambos racionais.

04) O menor ângulo que a reta  $r$  faz com o eixo das abscissas é superior a  $45^\circ$ .

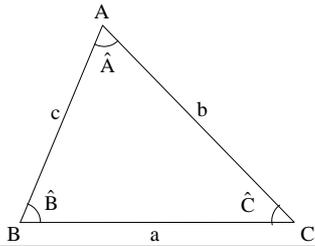
08) A reta de equação  $6x - 3y + 3\sqrt{5} = 0$  é paralela à reta  $r$ .

16) A reta  $r$  intercepta o eixo das ordenadas no ponto

$$\left(0, \frac{\sqrt{5}}{2}\right).$$

**Rascunho**

# MATEMÁTICA – Formulário

<b>Trigonometria</b>	$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: right;"> <p><i>Lei dos cossenos:</i></p> <math display="block">a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})</math> </div> </div>
<b>Geometria Plana e Espacial</b>	<p>Comprimento da circunferência: <math>C = 2\pi R</math></p> <p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo: <math>A = bh</math></p> <p>Área do círculo: <math>A = \pi R^2</math></p> <p>Área lateral do cilindro: <math>A = 2\pi Rh</math></p> <p>Área do setor circular: <math>A = \frac{R^2\alpha}{2}</math></p> <p>Área da superfície esférica: <math>A = 4\pi R^2</math></p>	<p>Volume do prisma: <math>V = B \cdot h</math></p> <p>Volume do cilindro: <math>V = \pi R^2 h</math></p> <p>Volume da esfera: <math>V = \frac{4}{3} \pi R^3</math></p>
<b>Progressões</b>	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	
<b>Geometria Analítica</b>	<p>Área do triângulo de vértices <math>P(x_1, y_1)</math>, <math>Q(x_2, y_2)</math> e <math>R(x_3, y_3)</math>:</p> $A = \frac{1}{2}  D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<p>Distância de um ponto <math>P(x_0, y_0)</math> à reta <math>r: ax + by + c = 0</math>:</p> $d_{P,r} = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$