VESTIBULAR
VERÃO 2012 UEM

Prova 3 – Matemática

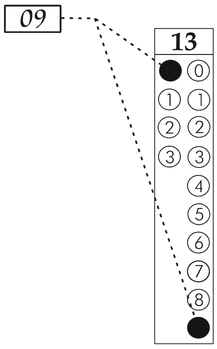
QUESTÕES OBJETIVAS

N.º DE ORDEM: **N.º DE INSCRIÇÃO:**

NOME DO CANDIDATO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

1. Confira os campos N.º DE ORDEM, N.º DE INSCRIÇÃO e NOME, conforme o que consta na etiqueta fixada em sua carteira.
2. Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise, imediatamente, o fiscal.
3. **É proibido folhear o Caderno de Provas antes do sinal, às 9 horas**.
4. Após o sinal, confira se este caderno contém 20 questões objetivas e/ou qualquer tipo de defeito. Qualquer problema, avise, imediatamente, o fiscal.
5. O tempo mínimo de permanência na sala é de 2 horas após o início da resolução da prova.
6. No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
7. Transcreva as respostas deste caderno para a Folha de Respostas. A resposta correta será a soma dos números associados às alternativas corretas. Para cada questão, preencha sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo ao lado: questão 13, resposta 09 (soma das alternativas 01 e 08).
8. Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
9. Se desejar, transcreva as respostas deste caderno no Rascunho para Anotação das Respostas, constante abaixo, e destaque-o, para retirá-lo hoje, nesta sala, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação do candidato. Após esse período, não haverá devolução.



Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – VERÃO 2012

N.º DE ORDEM: **NOME:**

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 2

MATEMÁTICA

Questão 01

Sobre a reta r de equação $3x - 2y + \sqrt{5} = 0$, assinale o que for **correto**.

01) O ponto $\left(2, \sqrt{5}\right)$ pertence a r.
02) Se (x, y) pertence a r, então x e y não podem ser ambos racionais.
04) O menor ângulo que a reta r faz com o eixo das abscissas é superior a 45^{o}.
08) A reta de equação $6x - 3y + 3\sqrt{5} = 0$ é paralela à reta r.
16) A reta r intercepta o eixo das ordenadas no ponto $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

Questão 02

Considere dois prismas retos de mesma altura, $h = 6$ cm, e com bases sendo hexágonos regulares, de modo que um seja inscrito no outro. Os vértices do prisma inscrito são os pontos médios das arestas das bases do outro prisma, e as arestas da base do prisma inscrito medem 2 cm. Com relação a esses prismas, assinale o que for **correto**.

01) As arestas das bases do prisma maior medem $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ cm.
02) A área lateral do prisma maior mede $48\sqrt{3}$ cm^2.
04) O volume do prisma menor é $\frac{36}{3}\sqrt{3}$ cm^3.
08) A diferença entre os volumes dos prismas é de $12\sqrt{3}$ cm^3.
16) O quociente entre os volumes do prisma maior e do menor é $\frac{4}{3}\sqrt{3}$.

Rascunho

Questão 03

Com relação aos conceitos e às propriedades de funções e equações trigonométricas, assinale o que for **correto**.

01) A equação $\operatorname{tg}(x) = \operatorname{sen}(x)$ não tem soluções.

02) Se f é definida por $f(x) = \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)$, então a equação $f(x) = 0$ tem como conjunto solução $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

04) A função $f(x) = \cos(x)$ é crescente no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

08) O gráfico da função f, definida por $f(x) = \operatorname{sen}(x) - \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x)\cos(x)$, coincide com o gráfico da função g, definida por $g(x) = \operatorname{sen}^3(x)$.

16) Para qualquer $a \in \mathbb{R}$, existe $x \in \mathbb{R}$, tal que $\operatorname{tg}(x) > a$.

Questão 04

Em determinado concurso vestibular de uma Universidade há 25.000 inscritos, concorrendo a 2.000 vagas. Chamando os cursos mais concorridos de A, B e C, temos as seguintes concorrências:

- A: 200 candidatos/vaga;
- B: 70 candidatos/vaga;
- C: 40 candidatos/vaga.

Sabendo que o número de vagas para o curso A é 20 e para os cursos B e C é 40, para cada um, e que um candidato só pode concorrer à vaga em um único curso, assinale o que for **correto**.

01) Escolhido, ao acaso, um dos inscritos, a probabilidade de ele não estar concorrendo a uma das vagas dos cursos A, B e C é maior do que $0,6$.

02) A probabilidade de um candidato, concorrendo ao curso A, passar é de $0,005$.

04) A probabilidade de escolher, ao acaso, entre os inscritos, um candidato aos cursos A ou C é de $0,2$.

08) Escolhido, ao acaso, um dos inscritos, a probabilidade de ele estar concorrendo a uma vaga para o curso B é de $0,1$.

16) Escolhido, ao acaso, um dos inscritos, a probabilidade de ele ser um dos aprovados para o curso C é de $0,0016$.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 05

Sobre a cônica de equação $x^2 + 4y^2 = 9$, assinale o que for **correto**.

01) Trata-se de uma elipse.
02) A cônica intercepta o eixo das abscissas em $(3,0)$ e $(-3,0)$.
04) Se A e B são pontos da cônica que não são colineares com os focos D e E da cônica, os triângulos ADE e BDE possuem o mesmo perímetro.
08) A circunferência centrada na origem e de raio $\sqrt{2}$ tangencia essa cônica.
16) O ponto $\left(2\sqrt{2}, \frac{1}{2}\right)$ pertence à cônica.

Questão 06

Considere uma circunferência de centro O e raio 2 u.c. Sejam A, B, C, D e E pontos sobre essa circunferência, nesta ordem, e tais que $\overline{AD}$ e $\overline{BE}$ sejam diâmetros. Assinale o que for **correto**.

01) Os triângulos ABD e ACD são triângulos retângulos.
02) O quadrilátero $ABDE$ é um retângulo.
04) A área do triângulo ACD é maior do que 4 u.a.
08) A medida do ângulo $A\hat{E}B$ é a metade da medida do ângulo $E\hat{O}D$.
16) A área do quadrilátero $ABDE$ é maior do que $\frac{3}{4}$ da área do círculo.

Questão 07

Sejam f e g funções quadráticas definidas por: $f(x) = 5x - x^2$ e $g(x) = -x^2 + 11x - 10$. Assinale o que for **correto**.

01) As raízes positivas de $f(x) = 0$ e $g(x) = 0$, ordenadas de modo crescente, formam uma progressão geométrica.
02) Existe um único x real, tal que $f(x) = g(x)$.
04) O máximo da função f ocorre em $x = \frac{5}{2}$.
08) O valor máximo de $f(x) + g(x)$ é 22.
16) A função h definida por $h(x) = f(x) - g(x)$ também é uma função quadrática.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 08

Considere um triângulo ABC com medidas $AB=5\text{ cm}$, $AC=2\text{ cm}$ e $BC=4\text{ cm}$. Sejam D o ponto médio de $\overline{BC}$ e E o ponto médio de $\overline{AB}$. Assinale o que for **correto**.

01) Os triângulos ABC e EBD são congruentes.
02) A área do triângulo ABC é menor do que 4 cm^2.
04) O triângulo EBD é obtusângulo.
08) O centro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC está no interior desse triângulo.
16) A área do quadrilátero AEDC é o triplo da área do triângulo EBD.

Questão 09

Assinale o que for **correto**.

01) Se x é um número real positivo e menor do que 1, $\sqrt{x} > x$.
02) $\left(\frac{7}{2}-1\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)=\frac{15}{8}$.
04) $\left|\frac{5}{4}-3\right| > 2$.
08) $1{,}80808... < \frac{27}{15}$.
16) $\sqrt{2-\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 10

Sejam A uma matriz 2×2 e B e C matrizes 2×1, de modo que $AB = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ e $A(B+C) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Assinale o que for **correto**.

01) $AC = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$.

02) Necessariamente $\det A \neq 0$.

04) Se $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, então $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

08) Se A for a matriz identidade, então $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

16) Se $C^t AB = 0$, os dois elementos de C são iguais.

Questão 11

No espaço tridimensional, considere um plano π e as retas *r*, *s* e *t*, distintas duas a duas, de modo que *r* e *s* são perpendiculares ao plano π e a reta *t* não possua qualquer ponto em comum com o plano π e seja concorrente com as retas *s* e *r*. Sobre a situação descrita, assinale o que for **correto**.

01) As retas *r* e *s* são paralelas.
02) As retas *s* e *t* são reversas.
04) A reta *t* é paralela ao plano π.
08) A reta *s* é perpendicular a qualquer reta do plano π concorrente a ela.
16) Se *A* e *B* são pontos distintos de *r*, e *P* e *Q* são pontos distintos de *s*, então os triângulos *APQ* e *BPQ* possuem a mesma área.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 12

Seja A o seguinte conjunto de números naturais: A={1,2,4,6,8}. Assinale o que for **correto**.

01) Podem ser formados exatamente 24 números ímpares com 4 algarismos escolhidos dentre os elementos do conjunto A.
02) Existem exatamente 96 números de 5 algarismos formados com elementos distintos de A e terminados com um algarismo par.
04) Podem ser formados exatamente 64 números pares de 3 algarismos com elementos do conjunto A.
08) Existem exatamente 3.125 números menores do que 100.000 formados com elementos do conjunto A.
16) Podem ser formados exatamente 49 números menores do que 350 com elementos distintos do conjunto A.

Questão 13

Assinale o que for **correto**.

01) $\log_3(\sqrt{3})^{10} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.
02) $20^2 > 2^9$.
04) A equação $\log_2 x = x$ não tem solução inteira.
08) $\log_2 10 = 1 + \log_2 5$.
16) $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^3 < \log_5 \sqrt{5}$.

Questão 14

A respeito das definições e propriedades de figuras geométricas planas, assinale a(s) alternativa(s) **correta**(**s**).

01) Dois triângulos com áreas iguais devem ter perímetros iguais.
02) Dois quadrados com áreas iguais devem ter perímetros iguais.
04) Quaisquer triângulos semelhantes têm áreas iguais.
08) Quadrados com perímetros iguais têm áreas iguais.
16) Se um círculo tem área igual à de um quadrado, então o comprimento da circunferência é maior do que o perímetro do quadrado.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 15

Sobre funções reais (domínio e contradomínio real), assinale o que for **correto**.

01) Uma função constante é sempre injetora.
02) Uma função de segundo grau é sempre sobrejetora.
04) Sejam f e g funções, tais que $g(x) = f(x) + 1$, para todo x real. Então o gráfico da função g corresponde sempre ao gráfico da função f, transladado de uma unidade para baixo no plano cartesiano.
08) Toda função do primeiro grau é injetora e sobrejetora e, portanto, possui inversa.
16) A imagem da função f, tal que, para todo x real, $f(x) = \mathrm{sen}\, x$, é o intervalo fechado $[-1,1]$.

Questão 16

Considere uma esfera, um cilindro circular reto e um cone, todos com o mesmo volume. Além disso, a altura do cilindro é igual à metade da altura do cone, e a altura do cone é igual ao raio da esfera. Assinale o que for **correto**.

01) O raio da base do cone é menor do que o raio da base do cilindro.
02) O raio da base do cone é igual ao dobro do raio da esfera.
04) A altura do cilindro é igual ao diâmetro da esfera.
08) A área da superfície da esfera é igual ao triplo da área da base do cilindro.
16) Se o raio da esfera mede $\sqrt{5}$ cm, a geratriz do cone mede 5 cm.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 17

Considere o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x-2y+az=3 \\ bx+2y-2z=0 \\ 4x-2y+2z=6 \end{cases}$$, em que a e b são coeficientes reais.

A respeito desse sistema e de seus conhecimentos sobre o assunto, assinale o que for **correto**.

01) Se a tripla $(1,2,3)$ é uma solução do sistema linear, então o sistema é possível e indeterminado.
02) Se $a=b=0$, o sistema linear é impossível.
04) Existem a,b reais, tais que a tripla $(1,0,1)$ é uma solução do sistema linear.
08) Se $a=2$ e $b=-1$, o sistema linear é impossível.
16) Se $y=z$ e $b=0$, o sistema linear é possível para qualquer valor de a.

Questão 18

Seja r um número inteiro positivo fixado. Considere a sequência numérica definida por $\begin{cases} a_1=r \\ a_{n+1}=a_n+a_1 \end{cases}$ e assinale o que for **correto**.

01) A soma dos 50 primeiros termos da sequência $(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,\ldots)$ é $2.500r$.
02) A sequência $(a_1,a_2,a_4,a_8,a_{16},\ldots)$ é uma progressão geométrica.
04) A sequência $(a_1,a_3,a_5,a_7,a_9,\ldots)$ é uma progressão aritmética.
08) O vigésimo termo da sequência $(a_1,a_2,a_4,a_8,a_{16},\ldots)$ é $2^{20}r$.
16) A soma dos 30 primeiros termos da sequência $(a_2,a_4,a_6,a_8,a_{10},\ldots)$ é $930r$.

Rascunho

GABARITO 2

Questão 19

Considere, em um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, duas circunferências λ_1 e λ_2, tangentes entre si, com respectivos centros $C_1(3,0)$ e $C_2(0,3)$ e o raio de λ_2 sendo o dobro do raio de λ_1. Com relação a essas circunferências, assinale o que for **correto**.

01) A reta de equação $x - 2y = 0$ é tangente a ambas as circunferências.
02) O eixo das abscissas é secante a ambas as circunferências.
04) O ponto de tangência comum das circunferências dista $\sqrt{5}$ da origem do sistema de coordenadas.
08) A reta de equação $x + y = 3$ contém o ponto de tangência comum das circunferências.
16) A equação de λ_1 é $x^2 + y^2 - 6x + 7 = 0$.

Questão 20

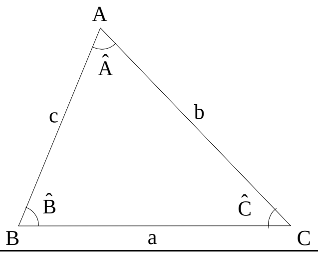
Sabendo que a, b e c são números inteiros e que o número complexo $2+i$ é zero (raiz) do polinômio $x^3 + ax^2 + bx + c$, assinale o que for **correto**.

01) Esse polinômio possui outra raiz complexa, cujo módulo é $\sqrt{5}$.
02) O argumento de $2 + i$ é superior a $\frac{\pi}{4}$ rad.
04) Todas as raízes reais desse polinômio são inteiras.
08) Se 1 é raiz desse polinômio, então $a = c$.
16) É possível escolher os inteiros a, b e c, de modo que o polinômio não possua raízes reais.

Rascunho

GABARITO 2

MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$ $(\operatorname{sen} x)^2 + (\cos x)^2 = 1$	 *Lei dos cossenos:* $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
Geometria Plana e Espacial	Comprimento da circunferência: $C = 2\pi R$ Área do triângulo: $A = \dfrac{bh}{2}$ Área do retângulo: $A = bh$ Área do círculo: $A = \pi R^2$ Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$ Área do setor circular: $A = \dfrac{R^2\alpha}{2}$ Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$	Volume do prisma: $V = B \cdot h$ Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$ Volume da esfera: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$
Progressões	Progressão Aritmética (P. A.): $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$	
Geometria Analítica	Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$: $A = \dfrac{1}{2}\lvert D \rvert$, onde $D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$: $d_{P,r} = \left\lvert \dfrac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\rvert$

GABARITO 2