



**Questão 01**

Um funil de metal será construído para fins industriais. A parte superior do funil tem a forma de um tronco de cone circular reto e a inferior tem a forma de um cilindro circular reto, como mostra a figura A abaixo.

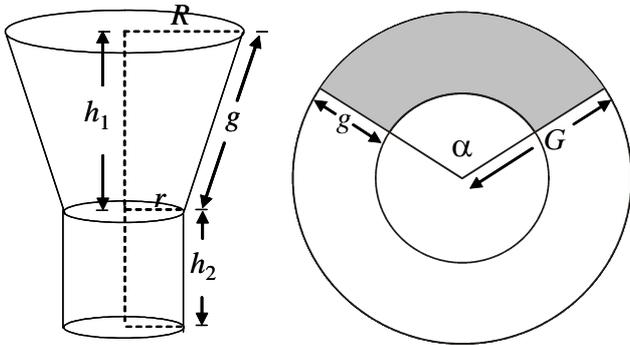


Figura A

Figura B

O tronco de cone tem raio da base maior  $R = 2$  m, raio da base menor  $r = 1$  m e altura  $h_1 = 3$  m. O cilindro tem altura  $h_2 = 2$  m. Planificando-se a parte superior do funil, obtém-se uma folha de metal com a forma de um setor de coroa circular com ângulo central igual a  $\alpha$  radianos, de raio maior  $G$  (em metros) e tal que a diferença entre os raios maior e menor é igual a  $g$  (em metros), como ilustrado na figura B acima. Considerando o exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) O cone reto que, quando seccionado por um plano paralelo à sua base, produz o tronco de cone da parte superior do funil tem altura  $H = 6$  m.
- 02) A folha de metal, ilustrada na figura B, em forma de um setor de coroa circular tem raio maior  $G = 2\sqrt{10}$  m e ângulo central  $\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{10}}$  radianos.
- 04) A área da superfície da parte superior do funil é igual a  $27 \text{ m}^2$ .
- 08) A razão entre a capacidade volumétrica da parte superior do funil em relação à da parte inferior é igual a  $\frac{9}{2}$ .
- 16) A capacidade volumétrica do funil é  $9\pi \text{ m}^3$ .

**Questão 02****Rascunho**

Considerando a tabela abaixo que fornece todos os valores de três funções  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  e  $y = h(x)$ , assinale o que for **correto**.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-28	-9	-2	-1	0	7	26
$g(x)$	16	9	4	1	0	4	9
$h(x)$	9	7	5	3	1	-1	-3

- 01)  $\frac{f^{-1}(-28) + 3g(-2)}{h(0)} = 8$ .
- 02) O domínio da função composta  $f \circ h$  é o conjunto  $\{0, 1, 2, 3\}$ .
- 04) A representação gráfica da função  $g$ , em um sistema cartesiano ortogonal  $xOy$ , está sobre a curva  $y = (x-1)^2$ .
- 08) Existe apenas um valor de  $x$  tal que  $g(x) = 9$ .
- 16) A imagem da função  $F$  definida por  $F(x) = [h(x)]^2 + f(x)$  é o conjunto  $\{1, 6, 8, 17, 27, 40, 53\}$ .

**Questão 03**

Assinale o que for **correto**, considerando o seguinte sistema de equações lineares nas variáveis reais  $x$ ,  $y$  e  $z$ , em que  $m$ ,  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes reais.

$$\begin{cases} mx + y = a - b \\ x + m^2y + z = 2a + c \\ x + 4y + z = a + b + c \end{cases}$$

- 01) A regra de Cramer se aplica à resolução do sistema dado, quando  $m$  é um número real tal que  $m \neq -2$ ,  $m \neq 0$  e  $m \neq 2$ .
- 02) Se  $m = 1$ , existe uma única tripla  $(a, b, c)$  de modo que  $x = y = z = 0$  seja a única solução do sistema.
- 04) Para  $m = -1$ ,  $a = b = 1$  e  $c = -1$ , a tripla  $(2, 2, -3)$  é uma solução do sistema.
- 08) Se  $m = 0$  e  $a = b$ , então o sistema é impossível.
- 16) Se  $m = 2$  e  $a = b = c = 3$ , então  $x = t$ ,  $y = -2t$  e  $z = 9 + 7t$ , em que  $t$  é um número real, são soluções do sistema.

**Questão 04**

Um tanque contém 10 kg de sal dissolvidos em 2000 litros de água. Uma mistura de água com o mesmo tipo de sal entra no tanque e é misturada de modo que se mantenha homogênea, saindo do tanque à mesma taxa de entrada. A quantidade  $Q(t)$  de sal (em kg), presente na solução do tanque em cada instante de tempo  $t$  (em minutos), é dada pela função definida por

$Q(t) = 100 - 90e^{-\frac{t}{200}}$ . Considerando o exposto acima e aproximando o número irracional  $e$  por 2,7, assinale o que for **correto**.

01) No instante  $t = 100$  minutos, a quantidade  $Q$  de sal no tanque não excede 55 kg.

02)  $Q$  é uma função decrescente.

04) A quantidade de sal no tanque no instante

$$t = -200 \log_e \left( \frac{2}{3} \right) \text{ minutos é } 40 \text{ kg.}$$

08) Não há possibilidade de que a quantidade  $Q$  de sal no tanque chegue a ser igual a 20 vezes a quantidade inicial.

16) A concentração de sal  $\left( \frac{Q(t)}{V} \right)$  presente na solução

do tanque, com volume total  $V$ , no instante  $t = 200$  minutos é menor que 0,04 kg/litro.

**Questão 05**

Considerando, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, os pontos  $A(-7,5)$ ,  $B(-2,0)$ ,  $C(3,5)$  e  $D(3,15)$ , assinale o que for **correto**.

01) O triângulo de vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$  é equilátero.

02) A equação da reta perpendicular ao segmento  $\overline{AD}$  e que contém  $C$  é  $y = \frac{2}{5}x + \frac{19}{5}$ .

04) O quadrilátero  $ABCD$  tem área igual a 75 unidades de área.

08) O ângulo  $\widehat{BAD}$  do quadrilátero  $ABCD$  mede  $60^\circ$ .

16) O quadrilátero  $ABCD$  é um trapézio.

Rascunho

**Questão 06**

Rascunho

Assinale o que for **correto**.

- 01) Se  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  e  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , então  $\sin 2\alpha = \frac{12}{25}$ .
- 02) Se  $a = 10$  cm e  $b = 20$  cm são as medidas de dois lados de um paralelogramo de área  $100\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>, então a medida do menor ângulo formado por esses dois lados é igual a  $60^\circ$ .
- 04) Sendo  $\alpha$  e  $\beta$  arcos do primeiro quadrante tais que  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  e  $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ , então  $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ .
- 08) Um triângulo  $ABC$  em que os lados  $AB$  e  $AC$  medem, respectivamente, 8 cm e 6 cm e o ângulo  $\widehat{BAC}$  mede  $60^\circ$  tem o lado  $BC$  medindo  $2\sqrt{13}$  cm.
- 16) Se  $A$ ,  $B$  e  $C$ , nas condições da alternativa anterior, representam cidades em um mapa feito na escala 1 cm : 50.000 cm, então, em linha reta, as cidades  $B$  e  $C$  distam mais que 3 km uma da outra.

**Questão 07**Considerando os números 60, 110 e 126, assinale o que for **correto**.

- 01) 2 é o único divisor positivo par de 110.
- 02) A soma dos números primos positivos que são simultaneamente divisores de 60 e de 126 é igual a 5.
- 04) A soma dos divisores positivos do número 110 é igual a 216.
- 08) O mínimo múltiplo comum entre 60 e 110 é 6600.
- 16) O máximo divisor comum entre 60 e 126 é 6.

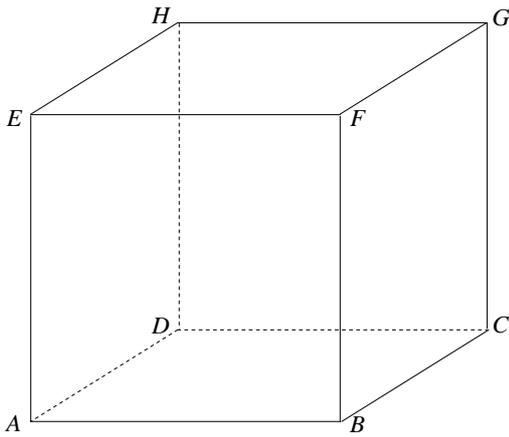
**Questão 08**Considerando o polinômio  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais quaisquer, assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) Se  $q(x)$  for um polinômio de grau 2, então  $q(x) \cdot p(x)$  será um polinômio de grau 6.
- 02) Se  $a = b = 0$  e  $c = 8$ , então  $-2$  é a única raiz real do polinômio  $p$ .
- 04) Sempre existem constantes reais  $k$ ,  $l$  e  $m$  tais que  $p(x) = (x - k)(x - l)(x - m)$ .
- 08) Se  $p(x)$  é divisível por  $(x - 1)$ , então  $1 + a = -b - c$ .
- 16) Se  $p(-x) = -p(x)$  para qualquer número real  $x$  e  $p(-1) = 0$ , então  $p(0) = 0$  e  $p(2) = 6$ .

**Questão 09**

Rascunho

Considerando o cubo  $ABCDEFGH$  representado na figura abaixo, assinale o que for **correto**.



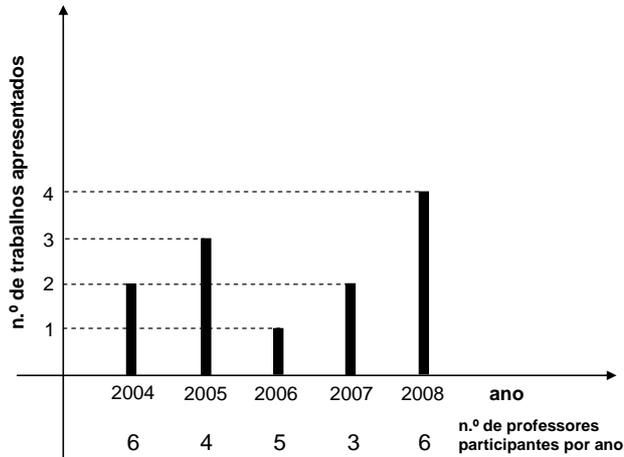
- 01) A reta determinada pelos vértices  $H$  e  $F$  e a reta determinada pelos vértices  $A$  e  $B$  são reversas.
- 02) O tetraedro determinado pelos vértices  $A, B, D$  e  $H$  e o tetraedro determinado pelos vértices  $A, B, C$  e  $H$  têm o mesmo volume.
- 04) A reta determinada pelos vértices  $A$  e  $C$  é paralela ao plano determinado pelos vértices  $E, H$  e  $F$ .
- 08) O triângulo determinado pelos vértices  $D, E$  e  $F$  é retângulo.
- 16) A seção determinada no cubo pelo plano que contém os vértices  $A, B$  e  $G$  é um quadrado.

**Questão 10**

Uma empresa é solicitada para realizar uma pesquisa de campo e, para tal, deve escolher uma equipe de trabalho com 4 pessoas dentre 12 funcionários, dos quais 7 são homens e 5 são mulheres. Com uma jornada diária de 6 horas de trabalho, a equipe compromete-se a entregar os resultados da pesquisa em 20 dias. Sobre o exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) Há 495 possibilidades de escolhas diferentes de uma equipe de trabalho.
- 02) Há 35 possibilidades de escolhas de uma equipe constituída apenas por homens.
- 04) Há 210 possibilidades de escolhas para uma equipe constituída por 2 homens e por 2 mulheres.
- 08) Se, a partir do 18.º dia, a equipe é obrigada a diminuir sua jornada diária para 4 horas, o prazo de entrega deverá ser aumentado em 3 dias.
- 16) Se a empresa contratante exigisse o prazo de 18 dias para a entrega da pesquisa, a jornada diária da equipe, composta de quatro pessoas, deveria ser de 6 horas e 40 minutos.

Sobre a participação de professores de uma Universidade em um evento científico que acontece anualmente e sobre o número de trabalhos apresentados por alguns professores, considere a figura abaixo.



Com relação aos dados representados na figura, assinale o que for **correto**.

- 01) Sobre os números anuais de professores participantes no evento nos anos de 2004 a 2008, a média é maior do que 5.
- 02) Em relação ao número de trabalhos apresentados nos anos de 2004 a 2008, a média é maior do que a mediana.
- 04) O número de trabalhos apresentados no ano de 2008 corresponde a  $\frac{1}{3}$  do número total de trabalhos apresentados no período 2004-2008.
- 08) Quanto ao número de trabalhos apresentados de 2005 para 2006, houve uma redução de mais de 60%.
- 16) A razão entre o número de trabalhos apresentados e o número de professores participantes em 2005 é maior do que essa razão em 2008.

**Questão 12**

Assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

01) Toda solução  $x$ , sendo  $x \neq 1$ , da inequação  $x > 2(x-1)$  é também solução da inequação

$$\frac{x}{x-1} > 2.$$

02)  $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}} = 5^{\frac{7}{8}}$ .

04)  $\frac{3a^2 - 15a}{2a^3 - 8a^2 - 10a} = \frac{3}{a+1}$ , em que  $a$  é um número real distinto de 0, de  $-1$  e de  $5$ .

08) Se  $a$  e  $b$  são números reais quaisquer tais que  $a < b$ , então  $|a| < |b|$ .

16)  $7x^2 - 3x + 1 > 0$ , para todo número real  $x$ .

**Questão 13**

Assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

01) O 4.º termo da progressão geométrica

$$\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \dots \text{ é } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

02) A representação gráfica de uma progressão geométrica de razão  $q$ , sendo  $q > 0$  e  $q \neq 1$ , está sobre uma curva exponencial.

04) A soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão aritmética com termo geral  $a_n = \frac{5n-4}{3}$ , em que

$$n \geq 1, \text{ é } \frac{5n-4}{18}.$$

08) Não existe progressão geométrica de razão  $q$ , em que  $q$  é um número real, tal que  $a_3 = -21$  e  $a_7 = 168$ .

16) O maior valor possível que pode ter a razão de uma progressão aritmética que contenha os números 13, 79 e 299 entre seus termos é 11.

**Rascunho**

Um terreno retangular em que a medida, em metros, do lado maior é o triplo da medida do lado menor será utilizado para a construção de um centro esportivo. Inicialmente, o terreno será cercado por muro e será construído o piso de uma quadra de esportes, que ocupa  $\frac{2}{9}$  do terreno. Duas empresas A e B apresentam os orçamentos para a execução dessas obras, conforme esquema abaixo.

**Empresa A:** R\$ 18,00 por metro quadrado de piso, R\$ 50,00 por metro linear de muro e R\$ 500,00 de taxa de administração.

**Empresa B:** R\$ 24,00 por metro quadrado de piso, R\$ 40,00 por metro linear de muro, não cobrando taxa de administração.

Considerando o exposto acima e indicando por  $x$  a medida em metros do lado menor do terreno, assinale o que for **correto**.

- 01) A área da quadra de esportes, em função da medida  $x$ , é  $\frac{4x^2}{27} \text{ m}^2$ .
- 02) No orçamento da empresa A, o custo  $C$  das obras, em função da medida  $x$  metros, é  $C(x) = 12x^2 + 400x + 500$  reais.
- 04) Para um terreno com  $1200 \text{ m}^2$  de área, o orçamento apresentado pela empresa A excede em 20% o orçamento apresentado pela empresa B.
- 08) O orçamento apresentado pela empresa A é mais vantajoso quando o perímetro do terreno é maior do que 200 m.
- 16) Se a empresa A não cobrar taxa de administração, seu orçamento sempre será menor que o orçamento apresentado pela empresa B.

**Questão 15**

Rascunho

Em uma pesquisa com um grupo de 1.800 homens e 1.200 mulheres sobre suas preferências entre os produtos das marcas A, B e C, foram obtidos os dados registrados na tabela a seguir.

Marca	HOMENS	MULHERES
A	30%	40%
B	35%	25%
C	35%	35%

Com relação aos dados informados, assinale o que for **correto**.

- 01) 70% do total de pessoas pesquisadas preferem a marca A.
- 02) As marcas A e C têm a mesma preferência no grupo pesquisado.
- 04) Escolhida ao acaso uma pessoa do grupo pesquisado, a probabilidade de que seja do sexo masculino é  $\frac{3}{5}$ .
- 08) Escolhida ao acaso uma pessoa do grupo pesquisado, a probabilidade de que seja do sexo masculino e prefira a marca A é 18%.
- 16) O número de mulheres e de homens que escolheu a marca C é o mesmo.

**Questão 16**

Com relação aos números complexos, assinale o que for **correto**.

- 01)  $(2 + 2i)^6$  é um número imaginário puro.
- 02)  $z = \frac{i^{103}}{1+i}$  é um número cujo módulo é  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- 04) Se  $\frac{z+2i}{iz+1} = 3$ , então  $z = \frac{9+7i}{10}$ .
- 08) O ponto, no plano complexo, correspondente ao número complexo  $z = \frac{i^{103}}{1+i}$  está localizado no 4.º quadrante.
- 16)  $8\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$  é a forma trigonométrica do número complexo  $z = -4\sqrt{3} - 4i$ .

**Questão 17**

Assinale o que for **correto**.

01) Se  $a$  é um número real positivo e  $a \neq 1$ , então

$$\log_a \left( \log_a \frac{1}{a^a} \right) = -1.$$

02)  $\log_{\frac{1}{3}} 3 < \log_3 \frac{1}{2}$ .

04)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x+7} < \left(\frac{4}{3}\right)^{x-4}$  para todo  $x > -1$ .

08) Sendo  $f(x) = 3^{2x+5}$  e  $a$  e  $b$  números reais satisfazendo  $f(a-1) = 9f(b)$ , então  $a-b = 2$ .

16) As soluções da equação

$$1 + \log_{10}(x+1) = \log_{10}(x^2 - 14) \text{ são } x = -2 \text{ e } x = 12.$$

**Questão 18**

As afirmações abaixo dizem respeito aos tópicos de trigonometria e funções trigonométricas. Assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

01)  $(\sin 2x)(\sin x) + 2\cos^3 x = 2\cos x$  para todo número real  $x$ .

02) O único valor de  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$  tal que  $\operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg} x$  é

$$x = \frac{\pi}{4}.$$

04) Não existe valor real para  $x$  tal que  $2\cos^2 x + 7\cos x = -6$ .

08) A função  $f$  definida por  $f(x) = \sin(4x - \pi)$ , em que

$$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}, \text{ é injetora.}$$

16) Se, em um triângulo retângulo, o cateto oposto e o cateto adjacente ao ângulo agudo  $\theta$  medem, respectivamente,  $\sqrt{40}$  cm e 10 cm, então  $\cos \theta > \frac{5}{6}$ .

Rascunho

**Questão 19**

Rascunho

Considerando, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais  $xOy$ , um triângulo equilátero  $ABC$  em que  $A$  e  $B$  são dados, respectivamente, por  $(0, 0)$  e  $(6, 0)$  e o ponto  $C$  está localizado no primeiro quadrante, assinale o que for **correto**.

- 01) A altura do triângulo  $ABC$ , em relação à base  $AB$ , é  $3\sqrt{3}$  unidades de comprimento.
- 02) A reta que contém a aresta  $\overline{AC}$  satisfaz a equação  $y = \frac{1}{2}x$ .
- 04) As circunferências  $C_1$  e  $C_2$ , cujas equações são, respectivamente,  $x^2 + y^2 = 9$  e  $(x - 3)^2 + (y - 3\sqrt{3})^2 = 9$ , tangenciam-se no ponto médio do segmento  $\overline{AC}$ .
- 08) A circunferência  $C_3$  de equação  $(x - 6)^2 + y^2 = 27$  tem centro em um dos vértices do triângulo  $ABC$  e raio igual ao comprimento de uma mediana desse triângulo.
- 16) As abscissas dos pontos de interseção das circunferências  $C_1$  e  $C_3$ , referidas nos itens acima, são iguais a  $\frac{1}{2}$ .

**Questão 20**

Assinale o que for **correto**, considerando as matrizes  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  e  $B = (b_{ij})_{3 \times 3}$ , em que os elementos  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  são números reais, para  $1 \leq i \leq 3$  e  $1 \leq j \leq 3$ .

- 01) Se  $A$  é tal que seus elementos  $a_{ij}$  são definidos por

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } i \neq j \\ 1 & \text{se } i = j \end{cases}, \text{ para } 1 \leq i \leq 3 \text{ e } 1 \leq j \leq 3, \text{ então}$$

$$A \cdot B = B.$$

- 02)  $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$ .

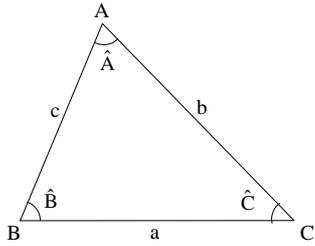
- 04) Se  $B$  é a matriz inversa da matriz  $A$ , então  $b_{ij} = \frac{1}{a_{ij}}$ ,

$$\text{para } 1 \leq i \leq 3 \text{ e } 1 \leq j \leq 3.$$

- 08) Se  $b_{ij} = i + j$ , para  $1 \leq i \leq 3$  e  $1 \leq j \leq 3$ , então  $B^t = B$ .

- 16) Se  $b_{ij} = i - j$ , para  $1 \leq i \leq 3$  e  $1 \leq j \leq 3$ , então  $\det B = 0$ .

# MATEMÁTICA – Formulário

<p><b>Trigonometria</b></p>	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$	 <p><i>Lei dos senos:</i></p> $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ <p><i>Lei dos cossenos:</i></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
<p><b>Análise Combinatória</b></p>	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_{n,i} a^{n-i} b^i$
<p><b>Geometria Plana e Espacial</b></p>	<p>Comprimento da circunferência: <math>C = 2\pi R</math></p> <p>Área do losango: <math>A = \frac{d D}{2}</math></p> <p>Área do trapézio: <math>A = \frac{(b + B)h}{2}</math></p> <p>Área do círculo: <math>A = \pi R^2</math></p> <p>Área lateral do cilindro: <math>A = 2\pi R h</math></p> <p>Área do setor circular: <math>A = \frac{R^2 \alpha}{2}</math></p> <p>Área lateral do cone: <math>A = \pi R G</math></p> <p>Área da superfície esférica: <math>A = 4\pi R^2</math></p>	<p>Volume do cubo: <math>V = a^3</math></p> <p>Volume do prisma: <math>V = B \cdot h</math></p> <p>Volume da pirâmide: <math>V = \frac{B \cdot h}{3}</math></p> <p>Volume do cilindro: <math>V = \pi R^2 h</math></p> <p>Volume do cone: <math>V = \frac{\pi R^2 h}{3}</math></p> <p>Volume da esfera: <math>V = \frac{4}{3} \pi R^3</math></p>
<p><b>Progressões</b></p>	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	<p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1 - q}, q \neq 1$ $S_\infty = \frac{a_1}{1 - q},  q  < 1$
<p><b>Geometria Analítica</b></p>	<p>Área do triângulo de vértices <math>P(x_1, y_1)</math>, <math>Q(x_2, y_2)</math> e <math>R(x_3, y_3)</math>:</p> $A = \frac{1}{2}  D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<p>Distância de um ponto <math>P(x_0, y_0)</math> à reta <math>r: ax + by + c = 0</math>:</p> $d_{P,r} = \left  \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $