VESTIBULAR verão 2007
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS CANDIDATOS QUE REALIZARAM A PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.

UEM
Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 3

MATEMÁTICA

Cálculos

01 – Considere as retas perpendiculares r e s de equações $y = ax - 3$ e $y = 2x + b$, respectivamente. Sabendo que a, 2 e b estão, nessa ordem, em uma Progressão Geométrica, é **correto** afirmar que o ponto de interseção de r e s é

A) $(2, -4)$.

B) $(-3, 2)$.

C) $(-3, -4)$.

D) $(2, -3)$.

E) $(4, -2)$.

02 – Com respeito ao binômio $(1 + x)^{15}$, em que $x \in \mathbb{R}$, é **correto** afirmar que

A) o binômio possui exatamente 15 termos não nulos distintos.

B) o binômio possui 15 raízes distintas.

C) o coeficiente de x^{15} é 15.

D) a soma do coeficiente de x^9 com o coeficiente de x^{10} é $\binom{16}{10}$.

E) o coeficiente de x^7 é diferente do coeficiente de x^8.

03 – Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 3^x & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, em que $x \in \mathbb{R}$.

Assinale a alternativa **correta**.

A) $A^2 \neq A$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

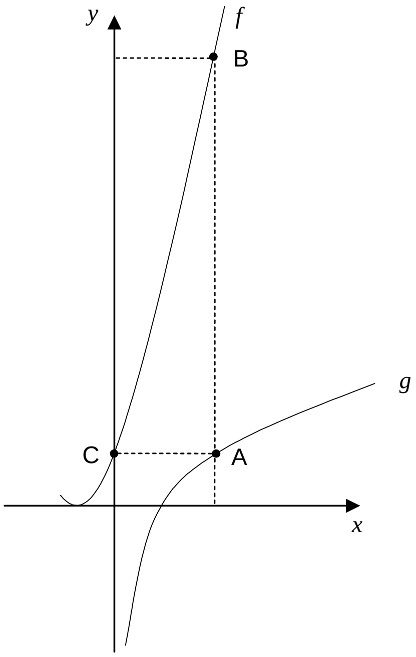
B) A matriz A é invertível para todo $x \in \mathbb{R}$.

C) A inversa da matriz A é distinta da matriz A para todo $x \in \mathbb{R}$.

D) O determinante da matriz A^2 é 2.3^x.

E) Se $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, então $AB = BA$ se, e somente se, $x = 0$.

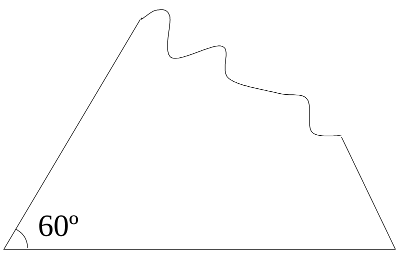
04 – Na figura a seguir, esboçamos o gráfico de duas funções f e g, dadas por $f(x) = x^2 + 2x + 1$ e $g(x) = \log_2 x$.



Sabe-se que o ponto C é a interseção do gráfico da função f com o eixo y, os pontos A e C têm a mesma ordenada, os pontos A e B possuem a mesma abscissa, A pertence ao gráfico de g e B pertence ao gráfico de f. Dessa forma, a distância do ponto A ao ponto B é

A) 6.
B) 7.
C) 8.
D) 9.
E) 10.

05 – Um engenheiro precisa conhecer a medida de cada lado de um terreno triangular cujo perímetro é 20 m, porém a planta do terreno foi rasgada e o que restou foi um pedaço, como na figura a seguir.



Os lados do triângulo que não aparecem totalmente na planta do terreno medem

A) $3\sqrt{3}$ m e $(12 - 3\sqrt{3})$ m.
B) 5 m e 7 m.
C) 4,5 m e 7,5 m.
D) 8 m e 4 m.
E) 3 m e 9 m.

Cálculos

GABARITO 3

Cálculos

06 – Seja $k \in \mathbb{N}^*$. Se o número de diagonais de um polígono convexo é *k* vezes o seu número de lados, então é **correto** afirmar que o número de lados do polígono é

A) $3k+2$.
B) $2k-3$.
C) k.
D) $3k-2$.
E) $2k+3$.

07 – Seja $f(x) = \log_2(2-x) + \log_2 x$ uma função real de variável real, assinale a alternativa **correta**.

A) O domínio de f é $\mathbb{R}_+^*$.
B) A função inversa de f é dada por
$$f^{-1}(x) = \log_{2-x} 2 + \log_x 2.$$
C) $f(2-x) = f(x)$.
D) O gráfico de f intercepta o eixo *x* em $x = 2$.
E) O gráfico de f intercepta o eixo y em $y = 2$.

08 – Assinale a alternativa **incorreta**.

A) $\sqrt{13} = 13^{2x} \Rightarrow x = \dfrac{1}{4}$.
B) $-x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$.
C) $|1-x| = 2 \Rightarrow x = -1$.
D) $\log_3 81 = x \Rightarrow x = 4$.
E) $\sec\dfrac{\pi}{3} = x \Rightarrow x = 2$.

09 – Considerando o polinômio $p(x) = x^3 - kx^2 + x - k$, com $k \in \mathbb{R}$, assinale a alternativa **correta**.

A) $p(x)$ possui duas raízes positivas.
B) A soma e o produto das raízes de $p(x)$ são distintos.
C) O polinômio $p(x)$ possui três raízes, mas apenas uma é complexa.
D) O polinômio $p(x)$ é divisível por $x^2 + 1$.
E) O resto da divisão de $p(x)$ por $x + k$ é $2k(k^2+1)$, para todo $k \in \mathbb{R}$.

10 – Se x e y medem $\frac{\pi}{12}$ radianos e $a = \operatorname{sen} y - \cos y$, o valor da expressão $(2\cos x + a)\operatorname{sen} x - a\cos x$ é

A) $\frac{1}{2}$.

B) $-\frac{1}{2}$.

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

E) 1.

Considere o texto a seguir para responder às duas próximas questões.

Em uma circunferência de centro *O* e cuja medida do raio é 2 cm, constrói-se um quadrilátero inscrito *ABCD*. Sabe-se que

- a diagonal *BD* é o diâmetro da circunferência;
- o ângulo interno $\hat{D}$ do triângulo *ABD* mede 30º;
- o ângulo interno $\hat{B}$ do triângulo *BCD* mede 45º.

11 – Com relação ao texto, é **correto** afirmar que

A) o triângulo *AOD* é eqüilátero.
B) o quadrilátero *ABCD* possui um ângulo de 60º.
C) o triângulo *OBC* é obtusângulo.
D) o quadrilátero *ABCD* possui um ângulo de 120º.
E) o quadrilátero *ABCD* possui dois ângulos retos.

12 – Com base no texto, é **incorreto** afirmar que

A) o lado *AD* mede $\sqrt{3}$ cm.
B) a diagonal *BD* mede 4 cm.
C) o lado *BC* mede $2\sqrt{2}$ cm.
D) o lado *DC* mede $2\sqrt{2}$ cm.
E) o lado *AB* mede 2 cm.

13 – Considere duas retas r e s concorrentes em um ponto P. Com relação a essa informação, assinale a alternativa **correta**.

A) Se t é uma reta perpendicular a r em P, então t não pode ser perpendicular a s em P.
B) Qualquer plano contendo r intercepta s em um único ponto.
C) Se u é uma reta reversa às retas r e *s*, então toda reta passando por P será reversa a *u*.
D) Se *u* é uma reta reversa às retas *r* e *s*, então existe uma única reta passando por P paralela a u.
E) Se *m* é uma reta paralela a *r*, então *m* intercepta *s*.

Cálculos

GABARITO 3

14 – Com relação aos números complexos, assinale a alternativa **incorreta**.

A) Para todo $k \in \mathbb{Z}$, $z = \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right) + i\ \text{sen}\left(\frac{2k\pi}{n}\right)$ é solução de $x^n - 1 = 0$, para qualquer $n \in \mathbb{N}^*$.

B) $\frac{i^{2006} + i^{2008}}{2} = i^{2007}$.

C) $i\ (\cos\theta + i \,\text{sen}\,\theta) = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + i\ \text{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$, em que $\theta \in \mathbb{R}$.

D) Se $z = a + bi$, então $z^2 + \overline{z}^2 = 2(a+b)(a-b)$, em que $a, b \in \mathbb{R}$ e $\overline{z}$ é o conjugado de z.

E) Se $z = 1 - i$, então $\frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{2}$, em que $\overline{z}$ é o conjugado de z.

15 – Um número natural é primo quando ele é divisível exatamente por dois números naturais distintos. Escolhendo, ao acaso, um número natural maior que zero e menor que 17, é **correto** afirmar que a probabilidade de esse número ser primo e deixar resto 1 na divisão por 4 é

A) $\frac{1}{8}$.

B) $\frac{3}{16}$.

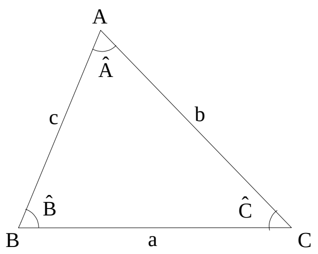
C) $\frac{3}{8}$.

D) $\frac{7}{16}$.

E) $\frac{1}{4}$.

Cálculos

MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\text{sen}(x \pm y) = \text{sen}(x)\cos(y) \pm \text{sen}(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \text{sen}(x)\text{sen}(y)$ $\text{tg}(x \pm y) = \dfrac{\text{tg}(x) \pm \text{tg}(y)}{1 \mp \text{tg}(x)\text{tg}(y)}$	 *Lei dos senos:* $\dfrac{a}{\text{sen}(\hat{A})} = \dfrac{b}{\text{sen}(\hat{B})} = \dfrac{c}{\text{sen}(\hat{C})}$ *Lei dos cossenos:* $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!\,r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} C_{n,i}\, a^{n-i}\, b^i$
Geometria Plana e Espacial	Área do losango: $A = \dfrac{d\,D}{2}$ Área do trapézio: $A = \dfrac{(b+B)h}{2}$ Área do círculo: $A = \pi R^2$ Área lateral do cilindro: $A = 2\pi R h$ Área lateral do cone: $A = \pi R g$ Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$	Volume do cubo: $V = a^3$ Volume do prisma: $V = B \cdot h$ Volume da pirâmide: $V = \dfrac{B \cdot h}{3}$ Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$ Volume do cone: $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$ Volume da esfera: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$
Progressões	Progressão Aritmética (P. A.): $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$	Progressão Geométrica (P. G.): $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \dfrac{a_1 - a_1 q^n}{1-q}, q \neq 1$ $S_\infty = \dfrac{a_1}{1-q}, \lvert q \rvert < 1$
Geometria Analítica	Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$: $A = \dfrac{1}{2}\lvert D \rvert$, onde $D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$: $d_{P,r} = \left\lvert \dfrac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\rvert$

GABARITO 3