

VESTIBULAR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

de Inverno
2007
UEM
*Ensino público,
gratuito e de
qualidade*

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

**QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS
CANDIDATOS QUE REALIZARAM A
PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.**



UEM

Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 3

01 – O polinômio $p(x) = 2x^5 - 10x^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ pode ser fatorado como

$$p(x) = a(x^2 + 1)(x - 1)(x + b)^2,$$

sendo a, b, c, d, e, f números reais. Sobre o exposto, é **correto** afirmar que

- A) a equação $p(x) = 0$ admite 5 raízes distintas.
- B) a soma das raízes de $p(x) = 0$ é 10.
- C) o valor de b é -2 .
- D) -2 é raiz de $p(x) = 0$.
- E) $p(x) = 0$ admite apenas raízes reais.

02 – Em um paralelepípedo retângulo, marca-se o ponto V no centro de uma de suas faces e ligam-se todos os vértices do paralelepípedo ao ponto V . O número de pirâmides quadrangulares com vértice V obtido é

- A) 6.
- B) 5.
- C) 4.
- D) 3.
- E) 2.

03 – Sobre a função trigonométrica $f(x) = \cos(3x)$, $x \in \mathbb{R}$, é **correto** afirmar que

- A) $f(x) = 3\cos x$.
- B) $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0$.
- C) $f(x) = \cos x \cos(2x) + \sin x \sin(2x)$.
- D) $f(x) = (\cos x)(\cos^2 x - 3\sin^2 x)$.
- E) $f(x) = (\cos x)(-3 - 2\cos^2 x)$.

04 – Considere o sistema linear
$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2. \end{cases}$$

Sabendo-se que $a_{22} = 8$, $b_2 = 3b_1$ e $a_{ij} = b_i + j$,

em que $i, j \in \{1, 2\}$, os valores de x e y são

- A) $x = 2$ e $y = -1$.
- B) $x = 4$ e $y = -\frac{5}{2}$.
- C) $x = -\frac{5}{2}$ e $y = 4$.
- D) $x = -2$ e $y = 1$.
- E) $x = 4$ e $y = -\frac{11}{4}$.

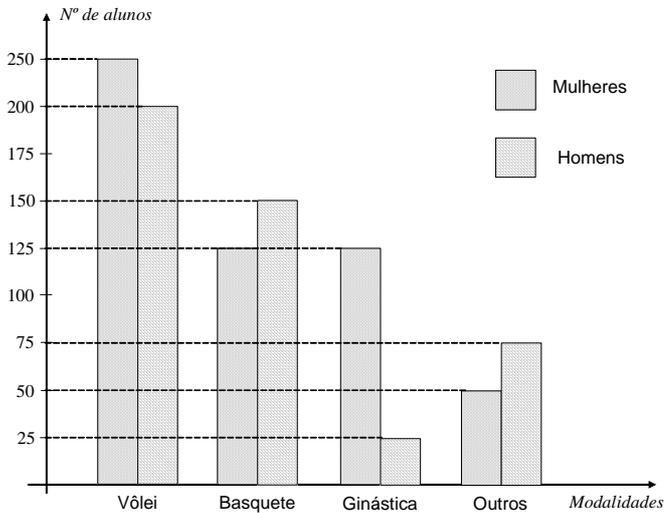
05 – Em um sistema usual de coordenadas cartesianas ortogonais, considere o feixe de retas definidas pela equação $2x + ky + 3 = 0$, sendo k um número real qualquer. Sobre o exposto, assinale a alternativa **correta**.

- A) Todas as retas do feixe passam pela origem.
B) Se $k = 0$, a equação descreve uma reta horizontal de equação $x = -\frac{3}{2}$.
C) A interseção de todas as retas do feixe com o eixo y ocorre no ponto de ordenada -3 .
D) O eixo x é uma reta do feixe.
E) Todas as retas do feixe passam pelo ponto $(-\frac{3}{2}, 0)$.

06 – Nesta questão, considere a notação $\det(X)$ para o determinante de uma matriz X e a notação XY para o produto da matriz X pela matriz Y . Sejam A , B e C matrizes quadradas de ordem n , com determinantes não nulos e que satisfazem a equação $\det(A) = k \frac{\det(B)}{\det(C)}$, em que $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$. Assinale a alternativa **incorreta**.

- A) $\det(AC)$ é diretamente proporcional ao $\det(B)$.
B) $\det(C)$ é diretamente proporcional ao $\det(B)$ e inversamente proporcional ao $\det(A)$.
C) $\det(B) = \det(A'C)$, em que A' é obtida multiplicando-se uma das linhas de A pela constante $\frac{1}{k}$.
D) $\det(AC) = \det(kB)$.
E) $\det(AC) = \det(B')$, em que B' é obtida multiplicando-se uma das linhas de B pela constante k .

07 – Uma escola fez uma pesquisa de opinião entre os seus alunos para decidir sobre as modalidades esportivas distintas de futebol que seriam priorizadas para treinamento. Todos os alunos da escola responderam à pesquisa, optando por apenas uma modalidade. O gráfico a seguir resume o resultado da pesquisa.



Sobre o exposto, assinale a alternativa **incorreta**.

- A) O número de alunos da escola é 1000.
 B) Na escola, existem mais alunos do sexo feminino.
 C) Escolhendo aleatoriamente um aluno X da escola, a probabilidade de X ter optado por ginástica é 15%.
 D) Escolhendo aleatoriamente um aluno X da escola, a probabilidade de X ser mulher ou ter optado por vôlei é 75%.
 E) Escolhendo aleatoriamente um aluno homem X da escola, a probabilidade de X ter optado por basquete é 15%.

08 – Assinale a alternativa **correta**.

- A) Se $A = [-10, 5]$ e $B = [0, 15]$ são intervalos na reta real, então $A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
 B) $\frac{100 + 10^{-x+2}}{100} = \frac{10^x + 1}{10^x}$ para todo número real x .
 C) Se $n!$ representa o fatorial do número natural n , então $(2n)! + (3n)! = (5n)!$ para todo número natural n .
 D) $\cos 2 < 0 < \log_{10}(10^4) < \pi$, considerando arcos em radianos.
 E) Se x e y são números reais, então $(-x + y)(x + y) = x^2 - y^2$.

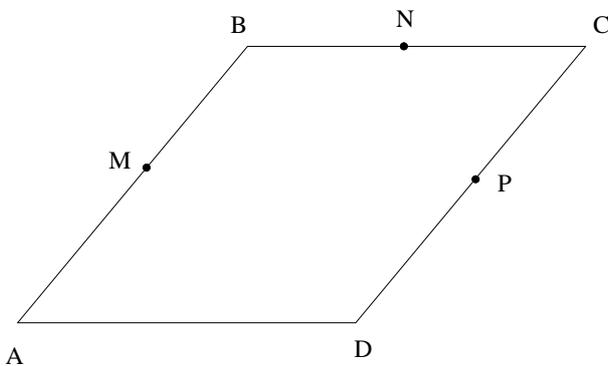
09 – Denomina-se argumento de um número complexo não nulo $z = x + yi$ um ângulo θ tal que $\cos \theta = \frac{x}{r}$ e $\sin \theta = \frac{y}{r}$, em que $r = |z|$. Considerando $0 \leq \theta < 2\pi$, assinale a alternativa **incorreta**.

- A) O argumento de $z = \sqrt{3} + i$ é $\frac{\pi}{6}$.
- B) Se o argumento de um número complexo z_0 é $\frac{\pi}{3}$ e o módulo de z_0 é 1, então $z_0 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
- C) Se $z = i$, então o argumento de z é $\frac{\pi}{2}$.
- D) Se $z = x + yi$ é um número complexo qualquer não nulo, então podemos escrevê-lo como $z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$, em que θ é um argumento de z .
- E) Se o módulo de um número complexo z_0 é 5, então $z_0 = 5 + 5i$.

10 – Para a função f de uma variável real definida por $f(x) = a \log_{10}(x - b)$, em que a e b são números reais, $a \neq 0$ e $x > b$, sabe-se que $f(3) = 0$ e $f(102) = -6$. Sobre o exposto, é **correto** afirmar que

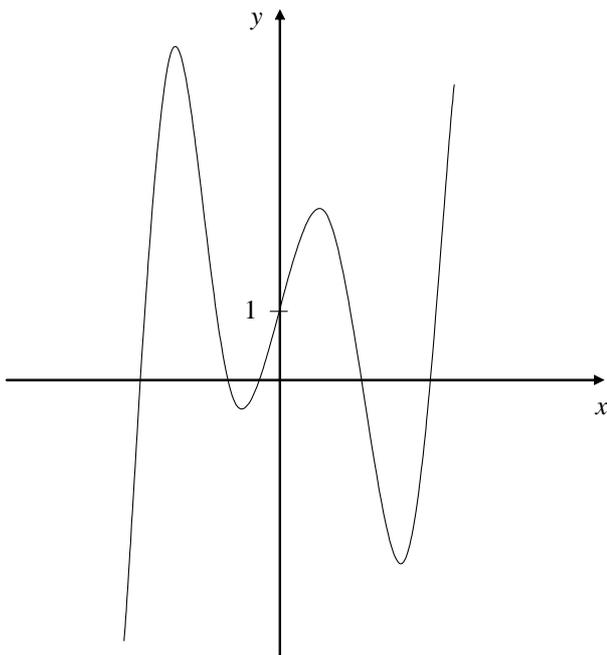
- A) $a + b = -1$.
- B) $a + b = -6$.
- C) $a + b = 105$.
- D) $a - b = 5$.
- E) $b - a = 2$.

11 – Na figura a seguir, ABCD é um paralelogramo, M é ponto médio do lado AB, N é ponto médio do lado BC, e P é ponto médio do lado CD. Sabendo-se que a medida de BC é 7 cm, a medida da diagonal AC é 10 cm e a medida da diagonal BD é 8 cm, então o perímetro do triângulo MNP é



- A) 20 cm.
- B) 19 cm.
- C) 16 cm.
- D) 25 cm.
- E) 18 cm.

- 12 – Sabendo-se que, na figura a seguir, está representado o gráfico de uma função polinomial $y = p(x)$, então é **correto** afirmar que essa função pode ser



- A) $p(x) = x^5 + 32x^4 + 3x - 1$.
 B) $p(x) = x^5 - 5x^3 + 4x + 1$.
 C) $p(x) = x^4 + 51x^2 + 1$.
 D) $p(x) = -x^4 + 52x^2 - 1$.
 E) $p(x) = x^3 - 2x + 1$.
- 13 – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, diz-se que dois pontos X e X' são simétricos em relação a um ponto P , se P é o ponto médio do segmento de reta que une X e X' . Sobre o exposto, é **correto** afirmar que o simétrico de um ponto $X = (a, b)$ qualquer do plano, em relação ao ponto $P = (1, 1)$, é o ponto
- A) $X' = \left(\frac{a+1}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$.
 B) $X' = \left(\frac{a-1}{2}, \frac{b-1}{2}\right)$.
 C) $X' = (2 - a, 2 - b)$.
 D) $X' = (a + 1, b + 1)$.
 E) $X' = (2a - 1, 2b - 1)$.

14 – Considere as três sentenças a seguir:

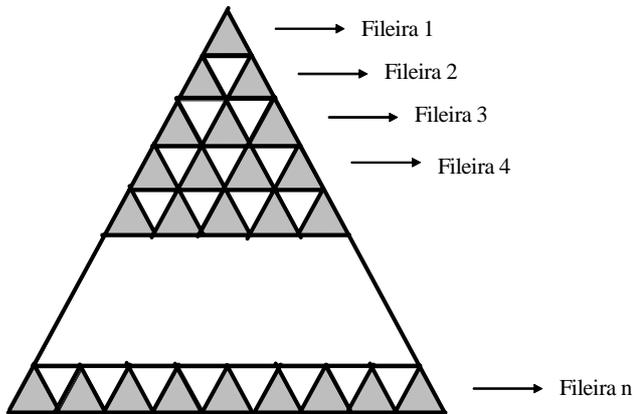
- I. Se uma reta é paralela a uma reta de um plano, então ela é paralela ao plano.
- II. Se dois planos têm um ponto em comum, então eles têm uma reta em comum.
- III. Se dois planos distintos são perpendiculares a um terceiro plano, então eles são paralelos.

É **correto** afirmar que

- A) I e III são falsas e II é verdadeira.
- B) I é falsa e II e III são verdadeiras.
- C) III é falsa e I e II são verdadeiras.
- D) I, II e III são falsas.
- E) I, II e III são verdadeiras.

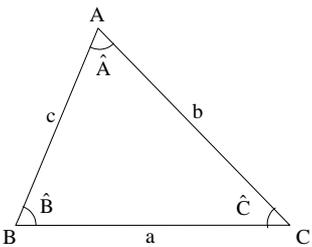
Cálculos

- 15 – Na figura a seguir, o triângulo maior foi subdividido em minitriângulos congruentes de lado $a = 1$ cm. Denominando os minitriângulos de células e considerando que as células estão dispostas em sucessivas fileiras, considere um triângulo T contendo 100 fileiras. Assinale a alternativa **incorreta**.



- A) Na 100.^a fileira de T , existem 199 células.
 B) O total de células em T é 100^2 .
 C) T é um triângulo equilátero cujo lado mede 100 cm.
 D) O total de células hachuradas em T é igual a 5.000.
 E) A soma do número de células das duas fileiras centrais de T é 200.

MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$		<p><i>Lei dos senos:</i></p> $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ <p><i>Lei dos cossenos:</i></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_{n,i} a^{n-i} b^i$	
Geometria Plana e Espacial	<p>Área do losango: $A = \frac{dD}{2}$</p> <p>Área do trapézio: $A = \frac{(b+B)h}{2}$</p> <p>Área do círculo: $A = \pi R^2$</p> <p>Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$</p> <p>Área lateral do cone: $A = \pi Rg$</p> <p>Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$</p>	<p>Volume do cubo: $V = a^3$</p> <p>Volume do prisma: $V = B \cdot h$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{B \cdot h}{3}$</p> <p>Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$</p> <p>Volume do cone: $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$</p> <p>Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p>	
Progressões	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	<p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1 - q}, q \neq 1$ $S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}, q < 1$	
Geometria Analítica	<p>Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$:</p> $A = \frac{1}{2} D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<p>Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$:</p> $d_{P,r} = \left \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $	