VESTIBULAR de Inverno 2007 UEM

Ensino público, gratuito e de qualidade

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS CANDIDATOS QUE REALIZARAM A PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.

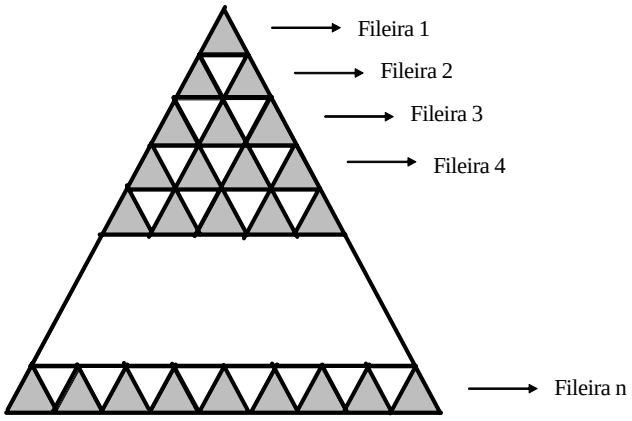
UEM
Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 1

MATEMÁTICA

Cálculos

01 – Na figura a seguir, o triângulo maior foi subdividido em minitriângulos congruentes de lado $a = 1\,\text{cm}$. Denominando os minitriângulos de células e considerando que as células estão dispostas em sucessivas fileiras, considere um triângulo T contendo 100 fileiras. Assinale a alternativa **incorreta**.



A) Na 100.ª fileira de T, existem 199 células.
B) O total de células em T é 100^2.
C) T é um triângulo eqüilátero cujo lado mede 100 cm.
D) O total de células hachuradas em T é igual a 5.000.
E) A soma do número de células das duas fileiras centrais de T é 200.

02 – Para a função f de uma variável real definida por $f(x) = a\log_{10}(x-b)$, em que a e b são números reais, $a \neq 0$ e $x > b$, sabe-se que $f(3) = 0$ e $f(102) = -6$. Sobre o exposto, é **correto** afirmar que

A) $a + b = -1$.
B) $a + b = -6$.
C) $a + b = 105$.
D) $a - b = 5$.
E) $b - a = 2$.

03 – Nesta questão, considere a notação det(X) para o determinante de uma matriz X e a notação XY para o produto da matriz X pela matriz Y. Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem n, com determinantes não nulos e que satisfazem a equação $\det(A) = k\dfrac{\det(B)}{\det(C)}$, em que $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$. Assinale a alternativa **incorreta**.

A) det(AC) é diretamente proporcional ao det(B).
B) det(C) é diretamente proporcional ao det(B) e inversamente proporcional ao det(A).
C) $\det(B) = \det(A'C)$, em que A' é obtida multiplicando-se uma das linhas de A pela constante $\dfrac{1}{k}$.
D) $\det(AC) = \det(kB)$.
E) $\det(AC) = \det(B')$, em que B' é obtida multiplicando-se uma das linhas de B pela constante k.

04 – Em um paralelepípedo retângulo, marca-se o ponto V no centro de uma de suas faces e ligam-se todos os vértices do paralelepípedo ao ponto V. O número de pirâmides quadrangulares com vértice V obtido é
A) 6.
B) 5.
C) 4.
D) 3.
E) 2.

05 – Considere as três sentenças a seguir:

I. Se uma reta é paralela a uma reta de um plano, então ela é paralela ao plano.
II. Se dois planos têm um ponto em comum, então eles têm uma reta em comum.
III. Se dois planos distintos são perpendiculares a um terceiro plano, então eles são paralelos.

É **correto** afirmar que

A) I e III são falsas e II é verdadeira.
B) I é falsa e II e III são verdadeiras.
C) III é falsa e I e II são verdadeiras.
D) I, II e III são falsas.
E) I, II e III são verdadeiras.

Cálculos

06 – Denomina-se argumento de um número complexo não nulo $z = x + yi$ um ângulo θ tal que $\cos\theta = \frac{x}{r}$ e $\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r}$, em que $r = |z|$. Considerando $0 \le \theta < 2\pi$, assinale a alternativa **incorreta**.

A) O argumento de $z = \sqrt{3} + i$ é $\frac{\pi}{6}$.

B) Se o argumento de um número complexo z_o é $\frac{\pi}{3}$ e o módulo de z_o é 1, então $z_o = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$.

C) Se $z = i$, então o argumento de z é $\frac{\pi}{2}$.

D) Se $z = x + yi$ é um número complexo qualquer não nulo, então podemos escrevê-lo como $z = |z|(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)$, em que θ é um argumento de z.

E) Se o módulo de um número complexo z_o é 5, então $z_o = 5 + 5i$.

07 – Em um sistema usual de coordenadas cartesianas ortogonais, considere o feixe de retas definidas pela equação $2x + ky + 3 = 0$, sendo k um número real qualquer. Sobre o exposto, assinale a alternativa **correta**.

A) Todas as retas do feixe passam pela origem.

B) Se $k = 0$, a equação descreve uma reta horizontal de equação $x = -\frac{3}{2}$.

C) A interseção de todas as retas do feixe com o eixo y ocorre no ponto de ordenada -3.

D) O eixo x é uma reta do feixe.

E) Todas as retas do feixe passam pelo ponto $(-\frac{3}{2}, 0)$.

08 – O polinômio $p(x) = 2x^5 - 10x^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ pode ser fatorado como

$$p(x) = a(x^2 + 1)(x - 1)(x + b)^2,$$

sendo a, b, c, d, e, f números reais. Sobre o exposto, é **correto** afirmar que

A) a equação $p(x) = 0$ admite 5 raízes distintas.

B) a soma das raízes de $p(x) = 0$ é 10.

C) o valor de b é -2.

D) -2 é raiz de $p(x) = 0$.

E) $p(x) = 0$ admite apenas raízes reais.

Cálculos

09 – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, diz-se que dois pontos X e X' são simétricos em relação a um ponto *P*, se *P* é o ponto médio do segmento de reta que une X e X'. Sobre o exposto, é **correto** afirmar que o simétrico de um ponto $X=(a,b)$ qualquer do plano, em relação ao ponto $P=(1,1)$, é o ponto

A) $X'=(\frac{a+1}{2},\frac{b+1}{2})$.

B) $X'=(\frac{a-1}{2},\frac{b-1}{2})$.

C) $X'=(2-a,2-b)$.

D) $X'=(a+1,b+1)$.

E) $X'=(2a-1,2b-1)$.

10 – Assinale a alternativa **correta**.

A) Se $A=[-10,5]$ e $B=[0,15]$ são intervalos na reta real, então $A\cap B=\{0,1,2,3,4,5\}$.

B) $\frac{100+10^{-x+2}}{100}=\frac{10^x+1}{10^x}$ para todo número real *x*.

C) Se $n!$ representa o fatorial do número natural *n*, então $(2n)!+(3n)!=(5n)!$ para todo número natural *n*.

D) $\cos 2<0<\log_{10}(10^4)<\pi$, considerando arcos em radianos.

E) Se x e y são números reais, então $(-x+y)(x+y)=x^2-y^2$.

11 – Considere o sistema linear $\begin{cases} a_{11}x+a_{12}y=b_1 \\ a_{21}x+a_{22}y=b_2. \end{cases}$

Sabendo-se que $a_{22}=8$, $b_2=3b_1$ e $a_{ij}=b_i+j$, em que $i,j\in\{1,2\}$, os valores de *x* e *y* são

A) $x=2$ e $y=-1$.

B) $x=4$ e $y=-\frac{5}{2}$.

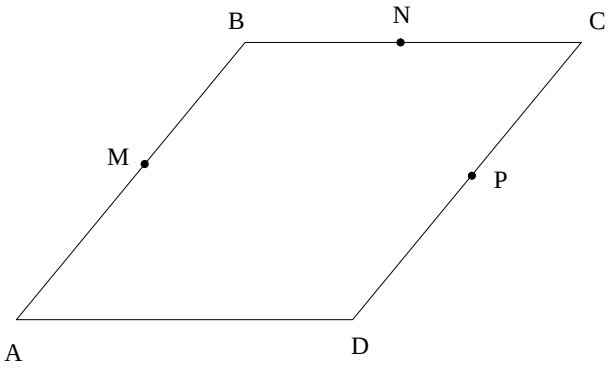
C) $x=-\frac{5}{2}$ e $y=4$.

D) $x=-2$ e $y=1$.

E) $x=4$ e $y=-\frac{11}{4}$.

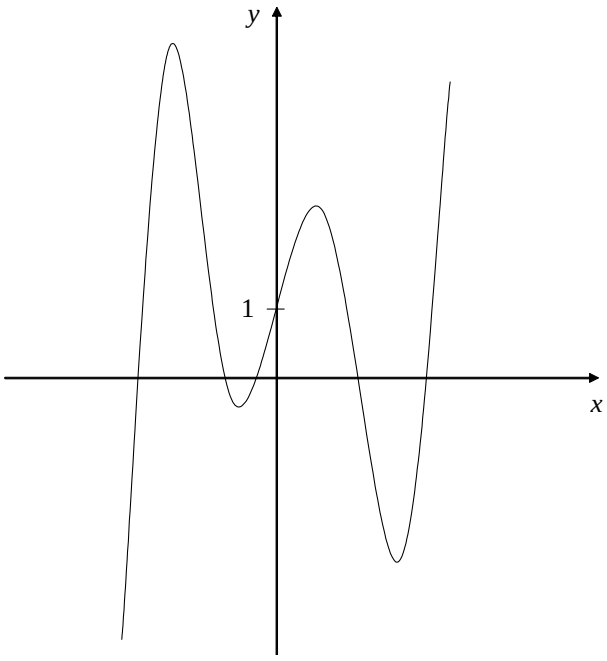
Cálculos

12 – Na figura a seguir, ABCD é um paralelogramo, M é ponto médio do lado AB, N é ponto médio do lado BC, e P é ponto médio do lado CD. Sabendo-se que a medida de BC é 7 cm, a medida da diagonal AC é 10 cm e a medida da diagonal BD é 8 cm, então o perímetro do triângulo MNP é



A) 20 cm.
B) 19 cm.
C) 16 cm.
D) 25 cm.
E) 18 cm.

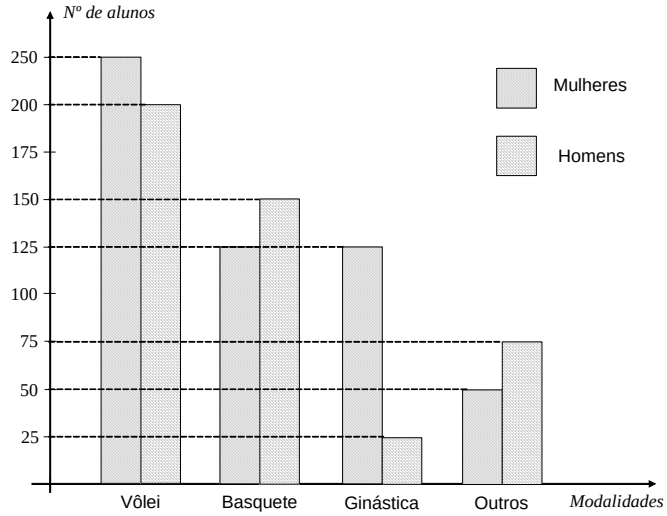
13 – Sabendo-se que, na figura a seguir, está representado o gráfico de uma função polinomial $y = p(x)$, então é **correto** afirmar que essa função pode ser



A) $p(x) = x^5 + 32x^4 + 3x - 1$.
B) $p(x) = x^5 - 5x^3 + 4x + 1$.
C) $p(x) = x^4 + 51x^2 + 1$.
D) $p(x) = -x^4 + 52x^2 - 1$.
E) $p(x) = x^3 - 2x + 1$.

Cálculos

14 – Uma escola fez uma pesquisa de opinião entre os seus alunos para decidir sobre as modalidades esportivas distintas de futebol que seriam priorizadas para treinamento. Todos os alunos da escola responderam à pesquisa, optando por apenas uma modalidade. O gráfico a seguir resume o resultado da pesquisa.



Sobre o exposto, assinale a alternativa **incorreta**.

A) O número de alunos da escola é 1000.

B) Na escola, existem mais alunos do sexo feminino.

C) Escolhendo aleatoriamente um aluno X da escola, a probabilidade de X ter optado por ginástica é 15%.

D) Escolhendo aleatoriamente um aluno X da escola, a probabilidade de X ser mulher ou ter optado por vôlei é 75%.

E) Escolhendo aleatoriamente um aluno homem X da escola, a probabilidade de X ter optado por basquete é 15%.

Cálculos

15 – Sobre a função trigonométrica $f(x) = \cos(3x)$, $x \in \mathbb{R}$, é **correto** afirmar que

A) $f(x) = 3\cos x$.

B) $f(\frac{2\pi}{3}) = 0$.

C) $f(x) = \cos x \cos(2x) + \text{sen}\, x \ \text{sen}(2x)$.

D) $f(x) = (\cos x)(\cos^2 x - 3\text{sen}^2 x)$.

E) $f(x) = (\cos x)(-3 - 2\cos^2 x)$.

Cálculos

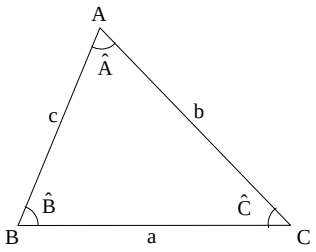
MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria

$\operatorname{sen}(x \pm y) = \operatorname{sen}(x)\cos(y) \pm \operatorname{sen}(y)\cos(x)$

$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(y)$

$\operatorname{tg}(x \pm y) = \dfrac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$



Lei dos senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}(\hat{A})} = \frac{b}{\operatorname{sen}(\hat{B})} = \frac{c}{\operatorname{sen}(\hat{C})}$$

Lei dos cossenos:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cdot\cos(\hat{A})$

Análise Combinatória

$P_n = n!$

$A_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$C_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} C_{n,i}\, a^{n-i}\, b^i$

Geometria Plana e Espacial

Área do losango: $A = \dfrac{d\,D}{2}$

Área do trapézio: $A = \dfrac{(b + B)h}{2}$

Área do círculo: $A = \pi R^2$

Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$

Área lateral do cone: $A = \pi Rg$

Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$

Volume do cubo: $V = a^3$

Volume do prisma: $V = B \cdot h$

Volume da pirâmide: $V = \dfrac{B \cdot h}{3}$

Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$

Volume do cone: $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$

Volume da esfera: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$

Progressões

Progressão Aritmética (P. A.):

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Progressão Geométrica (P. G.):

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1-q},\ q \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q},\ |q| < 1$$

Geometria Analítica

Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2}|D|, \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$:

$$d_{P,r} = \left| \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$