UEM VESTIBULAR DE VERÃO/2006

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS CANDIDATOS QUE REALIZARAM A PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.

UEM
Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 4

MATEMÁTICA

Cálculos

01 – Considere as funções f e g de uma variável real, definidas por $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ e $g(x) = 10^x$. Sobre f e g, é **incorreto** afirmar que

A) os domínios e as imagens das funções são $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$, $\mathrm{D}(g) = \mathbb{R}$, $\mathrm{Im}(f) =]0,1]$ e $\mathrm{Im}(g) =]0,+\infty[$.

B) $f(\frac{1}{x}) = x^2 f(x)$ para todo número real $x \neq 0$.

C) $g(3+h) = 1000g(h)$, sendo h um número real qualquer.

D) $g^{-1}(\frac{1}{10}) = -1$.

E) $(g \circ f)(x) = \dfrac{1}{10^{x^2+1}}$.

02 – Assinale a alternativa **correta**.

A) $\dfrac{2}{3(x-a)} - \dfrac{2}{3x} = \dfrac{-2a}{3x(x-a)}$ para todo número real a e para todo número real $x \neq 0$ e $x \neq a$.

B) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}$ é um número par para todo número inteiro $n \geq 1$.

C) $|\sqrt{15} - 5| + |-8 - \sqrt{15}|$ é um número irracional.

D) $81{,}25 \times 10^{-3} + 0{,}75 \times 10^{2} = 82 \times 10^{-1}$.

E) $(\log x)(\log y) = \log(x+y)$ para todo número real $x > 0$ e para todo número real $y > 0$.

03 – Um produtor agrícola negocia sua produção em um posto de abastecimento situado em um ponto P de uma rodovia. Para chegar até P, ele se desloca 5 km em linha reta de um ponto A de sua propriedade, fora da rodovia, até um ponto B da referida rodovia e completa seu trajeto percorrendo 8 km ao longo do trecho retilíneo BP. O ângulo $A\hat{B}P$ formado pelas retas AB e BP mede 60°. A construção de uma ponte permitirá ao produtor deslocar-se diretamente de A até P em linha reta. Sobre o exposto, assinale a alternativa **correta**.

A) O triângulo ABP é retângulo com ângulos agudos medindo 60° e 30°.

B) Em cada viagem de ida e volta, o percurso $A \to P \to A$ será 12 km mais curto que o percurso $A \to B \to P \to B \to A$.

C) A medida do perímetro do triângulo ABP é 200.000 metros.

D) A distância de A até P é $\sqrt{39}$ km.

E) A área do triângulo ABP é 10.000 m^2.

04 – As distâncias entre quatro retas paralelas a, b, c e d (nessa ordem) estão em Progressão Geométrica (PG) de razão $\frac{3}{2}$. Tomando-se uma transversal t a essas quatro retas, obtemos, respectivamente, interseções A, B, C e D. Então a razão da medida do segmento AB pela medida do segmento CD é

A) $\frac{3}{2}$.

B) $\frac{9}{4}$.

C) $\frac{4}{9}$.

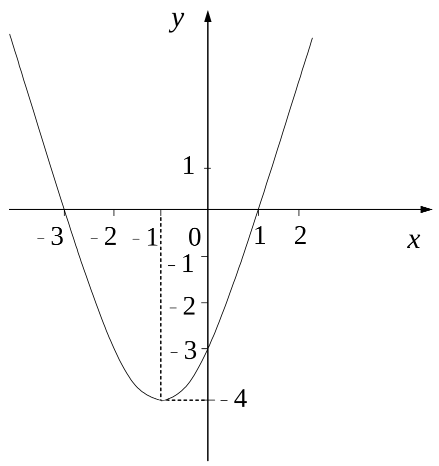
D) $\frac{2}{3}$.

E) $\frac{81}{8}$.

05 – Um polinômio P é definido como

$$P(x) = (x^2 + 4)q(x) + 8\,,$$

sendo $y = q(x)$ uma função quadrática cuja representação gráfica é dada a seguir.



Sobre o exposto, é **incorreto** afirmar que

A) P é um polinômio de grau 4.

B) a equação polinomial $P(x) = 8$ apresenta duas raízes complexas não reais.

C) a equação que descreve a função q é dada por $q(x) = x^2 + 2x - 3$.

D) o resto da divisão de $P(x)$ por $(x-1)$ é 8.

E) o gráfico de P intercepta o eixo y no ponto de ordenada 8.

Cálculos

GABARITO 4

06 – A população P de uma certa espécie, em um ambiente limitado com capacidade para suportar, no máximo, 1000 indivíduos, relaciona-se com o tempo t por meio da equação

$$P = \frac{1000}{1+3^{-t+2}}.$$

Sobre o exposto, assinale a alternativa **incorreta**.

A) No instante inicial $t = 0$, a população da espécie era de 100 indivíduos.

B) A partir da equação acima, pode-se concluir que $3^{-t+2} = \frac{1000-P}{P}$.

C) Quando $t = 2$, a população atinge a metade do máximo possível que o ambiente suporta.

D) Uma equação que fornece o tempo t explicitamente é

$$t = \frac{\log_{10} 9 - \log_{10} P + \log_{10}(1000-P)}{\log_{10} 3}.$$

E) A equação dada também pode ser escrita como $P = \frac{1000 \times 3^t}{3^t + 9}$.

07 – Considere a equação trigonométrica $\operatorname{sen} x = a \cos x$, em que a é um número real não nulo e x é um arco do quarto quadrante. A alternativa que apresenta os valores **corretos** para $\operatorname{sen} x$, $\cos x$ e a é

A) $\operatorname{sen} x = \frac{-a}{\sqrt{1+a^2}}$, $\cos x = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, $a > 0$.

B) $\operatorname{sen} x = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, $\cos x = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$, $a < 0$.

C) $\operatorname{sen} x = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$, $\cos x = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, $a < 0$.

D) $\operatorname{sen} x = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$, $\cos x = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, $a > 0$.

E) $\operatorname{sen} x = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$, $\cos x = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$, $a > 0$.

08 – Dado um número complexo z e um número natural $n \geq 2$, chama-se raiz enésima de z $\left(\sqrt[n]{z}\right)$ qualquer número complexo ω tal que $\omega^n = z$. Entre os itens a seguir, assinale aquele cujo número complexo ω é uma raiz sexta de $z = -64$.

A) $\omega = -2$.

B) ω não existe, pois não existe raiz par de número real negativo.

C) $\omega = 3i$.

D) $\omega = -\sqrt{3} + i$.

E) $\omega = 1 + \sqrt{3}\, i$.

Cálculos

09 – Colocam-se quatro cubos de aço de lados a cm em uma caixa em formato de paralelepípedo de arestas $(a+2)$ cm, $(2a-1)$ cm e $(3a-2)$ cm. Sabe-se que, para se completar o volume da caixa, são necessários 16 ml de água. Então o valor de a é

A) 2 cm.

B) $\frac{1}{2}$ cm.

C) -1 cm.

D) 1 cm.

E) $\frac{7}{4}$ cm.

10 – Por ocasião do PAN 2007, uma empresa deseja fazer uma promoção para incrementar suas vendas e, para esse fim, pretende distribuir cupons aos seus clientes. Cada cupom apresentará um dos resultados possíveis para as três primeiras colocações na classificação geral dos países participantes. Para que o portador de um cupom seja premiado, as condições I e II, a seguir, devem ser cumpridas simultaneamente.

I. O cupom deve apresentar corretamente os três primeiros colocados, independentemente da classificação.

II. Pelo menos uma classificação deve ser correta.

Os portadores dos cupons que cumprirem as condições I e II acima receberão prêmios acumulativos por posição acertada.

Sabe-se que os cupons serão emitidos em uma única série, que todos os cupons serão distribuídos e que não haverá empate. Supondo que 42 países irão participar do PAN 2007, assinale a alternativa **incorreta**.

A) A empresa terá de emitir 68.880 cupons.

B) Apenas 6 cupons cumprem a condição I.

C) Considerando apenas os portadores de cupons que cumprem a condição I, a probabilidade de o portador ganhar apenas um prêmio por cupom é $1/2$.

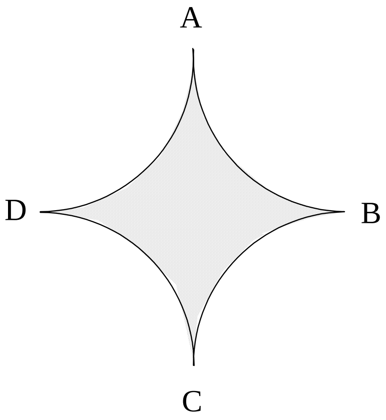
D) Considerando apenas os portadores de cupons que cumprem a condição I, a probabilidade de o portador ganhar apenas dois prêmios por cupom é 0.

E) No total, apenas 5 cupons serão premiados.

Cálculos

GABARITO 4

11 – Na figura a seguir, sabe-se que cada um dos quatro arcos AB, BC, CD e DA é um quarto de uma circunferência de raio 2 cm. Sabe-se ainda que os pontos A, B, C e D são pontos de tangência entre arcos.



Então, considerando $\pi \cong 3{,}14$, a área da figura será, aproximadamente,

A) 3,44 cm^2.
B) 0,86 cm^2.
C) 12,56 cm^2.
D) 6,28 cm^2.
E) 1,72 cm^2.

12 – Considere as três sentenças a seguir:

I. Quatro pontos no espaço podem determinar somente dois planos.
II. Sejam *r* e *s* retas concorrentes, *A* e *B* pontos distintos de *r*, *C* e *D* pontos distintos de *s*. Se os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são distintos, então as retas determinadas por *A* e *C* e por *B* e *D* serão sempre concorrentes.
III. Se α e β são dois planos perpendiculares, então as retas de α são perpendiculares a β.

É **correto** afirmar que

A) I, II e III são falsas.
B) I e II são verdadeiras e III é falsa.
C) I, II e III são verdadeiras.
D) I é falsa e II e III são verdadeiras.
E) I e II são falsas e III é verdadeira.

13 – Considere o sistema de equações lineares

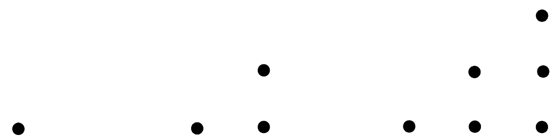
$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - 3y + 3z = 7. \end{cases}$$

Se $z = a$, em que a é um número real qualquer, pode-se afirmar que

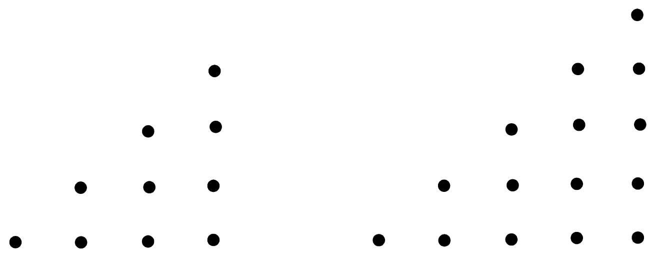
A) $x = 1$.
B) $y = a - 3$.
C) $x = a - 3$.
D) $x + y = a + 4$.
E) $z = x - y$.

Cálculos

14 – Considere $n \geq 1$ um número natural. Um número triangular T_n é definido como sendo a quantidade de pontos usados para formar certas configurações triangulares. Os primeiros números triangulares são apresentados em seqüência nas figuras abaixo.



T_1 T_2 T_3



T_4 T_5

Sobre o exposto, assinale a alternativa **incorreta**.

A) $T_{10} = 55$.

B) Cada número triangular T_n é a soma dos n primeiros números naturais ($n \geq 1$).

C) O termo geral da seqüência de números triangulares é $T_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

D) Para cada *n*, tem-se que $T_{n+1} = T_n + n$.

E) O número triangular cujo valor é 5050 é o 100º termo da seqüência de números triangulares.

15 – O número de provas distribuídas para membros de uma banca de correção de vestibular é diretamente proporcional ao número de vezes que o membro já participou da banca de correção de algum vestibular e inversamente proporcional à idade desse membro. Considere dois avaliadores *A* e *B* que devem corrigir juntos um total de 300 provas. *A* tem 49 anos e já participou da banca de correção de 4 vestibulares, enquanto *B* tem 42 anos e já participou da banca de correção de 3 vestibulares. Então A e B devem corrigir, respectivamente,

A) 240 provas e 60 provas.

B) 140 provas e 160 provas.

C) 160 provas e 140 provas.

D) 60 provas e 240 provas.

E) 200 provas e 100 provas.

Cálculos