UEM VESTIBULAR DE VERÃO/2006

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES DISCURSIVAS

N.º DE ORDEM: | | | | | | |

N.º DE INSCRIÇÃO: | | | | | – | |

NOME:____

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

1. Verifique se este caderno contém 05 questões discursivas e/ou qualquer tipo de defeito. Qualquer problema, avise, imediatamente, o fiscal.

2. Preencha os campos N.º DE ORDEM, N.º DE INSCRIÇÃO e NOME, conforme o que consta na etiqueta fixada em sua carteira.

3. Responda as questões de forma legível e sem rasuras, utilizando caneta esferográfica azul ou preta. Será permitido o uso moderado de corretivo líquido. Lembre-se de que as questões devem ser INTEIRAMENTE respondidas a CANETA (desenvolvimento e resposta).

4. Atente para o fato de que, para ser pontuado, cada item das questões deve ser devidamente justificado.

5. Limite-se a responder as questões no espaço estabelecido para esse fim. Anotações no verso da folha não serão consideradas na correção.

6. Ao término da prova, levante o braço, aguarde atendimento e entregue este caderno ao fiscal.

UEM
Comissão Central do Vestibular Unificado

QUESTÃO 1

Considere as funções f e g de uma variável real definidas por $f(x) = (\text{sen}\, x - \cos x)^2$ e $g(x) = (tg\, x + \cot g\, x)\text{sen}\, 2x$.

a) Apresente os domínios de f e g.

b) Mostre que f pode ser escrita como $f(x) = 1 - \text{sen} 2x$.

c) Mostre que g pode ser escrita como $g(x) = 2$ para todo número real x no domínio de g.

d) Calcule, se possível, $f(\frac{7\pi}{12})$ e $g(\frac{7\pi}{12})$.

Espaço destinado à resolução da questão 1.

QUESTÃO 2

Considere a função f de uma variável real definida por $f(x) = ax$, em que a é uma constante real.

a) Mostre que $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, $\forall x_1 \in \mathbb{R}$ e $\forall x_2 \in \mathbb{R}$.

b) Mostre que $f(k\,x) = k\,f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ e $\forall k \in \mathbb{R}$.

c) Determine o(s) valor(es) de a para o(s) qual(is) exista a inversa f^{-1} de f e apresente a inversa $f^{-1}(x)$.

d) Determine o(s) valor(es) de a para que $f(x) = f^{-1}(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Espaço destinado à resolução da questão 2.

QUESTÃO 3

Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & 2/3 \\ x & y \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 4 & -1/3 \\ 3 & -1/2 \end{pmatrix}$, em que x e y são números reais.

a) Encontre a matriz B^{-1}, inversa de *B*.

b) Encontre o produto AB^{-1} da matriz *A* pela matriz B^{-1}.

c) Se $C = \begin{pmatrix} a & b \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, em que a e b são números reais, e $AB^{-1} = C$, calcule o valor de $z = x + 6y + 4a + b$.

Espaço destinado à resolução da questão 3.

QUESTÃO 4

Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, considere a circunferência *C*: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ e duas retas *r* e *s*. A reta *r* passa pelos pontos $(0,-1)$ e $(1,0)$ e a reta *s* passa pelo ponto (3,0) e tem coeficiente angular $m = -\frac{1}{2}$.

Pede-se:

a) o centro e o raio da circunferência *C*;

b) a interseção de *r* e *s*, se existir;

c) a(s) interseção(ões) de *C* com *r*, se existir(em) (sabe-se que a interseção de uma circunferência com uma reta são os pontos que satisfazem simultaneamente suas respectivas equações);

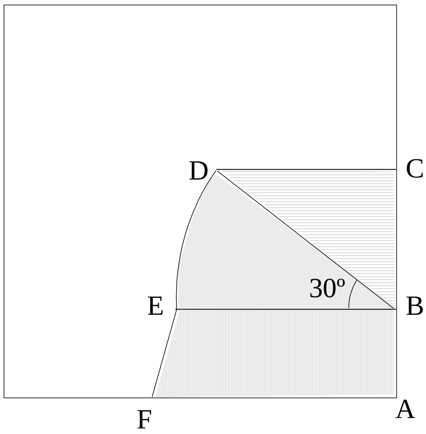
d) a distância do centro de *C* à reta *s*.

Espaço destinado à resolução da questão 4.

Continuação do espaço destinado à resolução da questão 4.

QUESTÃO 5

Uma quadra de vôlei tem dimensões $18\ \text{m} \times 9\ \text{m}$ e é dividida em dois campos com dimensões $9\ \text{m} \times 9\ \text{m}$ cada um. A figura a seguir mostra um dos campos de uma quadra de vôlei. A parte hachurada representa a área coberta por um certo jogador.



Na parte hachurada, ABEF é um trapézio, EBD é um setor circular e BCD é um triângulo retângulo em C. Sabendo-se que

- o segmento AF mede 6 m;
- o segmento AB mede 2 m;
- o segmento DB mede 5 m;
- o ângulo $E\hat{B}D$ mede 30º;
- $\pi \cong 3{,}1$ e $\sqrt{3} \cong 1{,}7$,

pede-se:

a) a área do trapézio ABEF;
b) a área do setor circular EBD;
c) a área do triângulo BCD;
d) a porcentagem (aproximada) da área do campo coberta pelo jogador.

Espaço destinado à resolução da questão 5.

Continuação do espaço destinado à resolução da questão 5.