UEM Vestibular de Inverno 2006

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

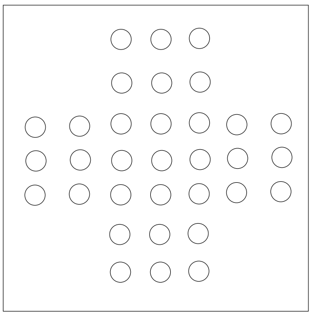
QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS CANDIDATOS QUE REALIZARAM A PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.

UEM
Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 4

MATEMÁTICA

01 – Um tabuleiro maciço de jogo visto de cima tem o formato dado na figura abaixo, em que cada círculo da figura representa um furo, que é uma semi-esfera com 2 cm de diâmetro. Sem os furos, o tabuleiro seria um paralelepípedo de 2 cm de altura e base quadrada com lado medindo 20 cm.



O volume de material usado para a confecção do tabuleiro como na figura é, aproximadamente,
A) 731 cm^3.
B) 651 cm^3.
C) 871 cm^3.
D) 431 cm^3.
E) 531 cm^3.

02 – Os valores de x que satisfazem a equação

$$2\left(\log_3 x\right)^2 - \log_9 x = \log_{81} 3$$

são

A) $\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{4}$.

B) $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$.

C) $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt[4]{3}}{3}$.

D) $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt[4]{27}}{3}$.

E) $\sqrt[4]{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Cálculos

03 – Considere o polinômio

$$p(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2(m+1)x^2 - x + 2.$$

Assinale a alternativa **correta**.

A) Se $x = 0$, o grau do polinômio $p(x)$ é zero.

B) Se $m = -1$, o grau do polinômio $p(x)$ é 1.

C) Se $m = -1$, $p(x)$ tem 2 como raiz.

D) Se $m = 0$, $p(x)$ tem $-1, 1$ e 2 como raízes.

E) Se $m = 1$, o grau do polinômio $p(x)$ é 2.

04 – Nas figuras a seguir, a curva é o gráfico da função $f(x) = 2^{-x}$. Observe atentamente o que ocorre com os retângulos hachurados para $x \geq -1$. Em cada uma das figuras, eles são apenas os primeiros elementos dos infinitos que possuem as mesmas características.

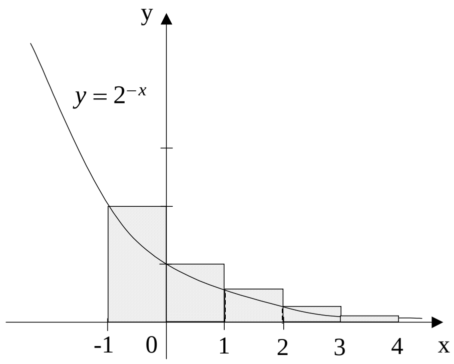


Figura 1

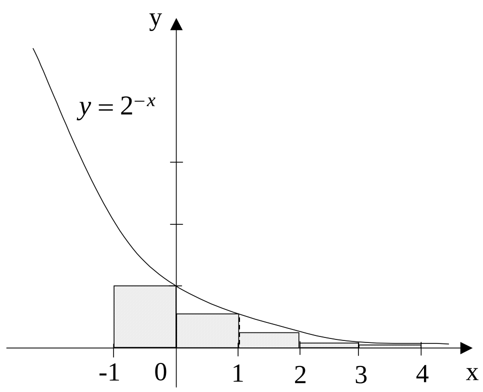


Figura 2

Com relação ao exposto, assinale a alternativa **correta**.

A) As alturas dos retângulos na Figura 1 são, sucessivamente, $2^{-1}, 2^0, 2^1, 2^2, ...$

B) As alturas dos retângulos na Figura 2 são, sucessivamente, $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, ...$

C) A soma das áreas dos infinitos retângulos observados na Figura 1 é 4.

D) A soma das áreas dos infinitos retângulos observados na Figura 2 é 3.

E) É impossível calcular a soma das áreas dos infinitos retângulos em qualquer das figuras.

Cálculos

05 – Nos sistemas de equações lineares (I) e (II) a seguir, a e m são números reais.

(I) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 6x + my = 8 \end{cases}$ (II) $\begin{cases} x - 3y + 2z = a \\ \quad y + z = 5 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$

Sejam A e B as matrizes dos coeficientes dos sistemas (I) e (II), respectivamente.

Assinale a alternativa **incorreta** sobre os sistemas e sobre as matrizes a eles relacionadas.

A) Se $(a, 2, 3)$ é solução do sistema (II), então $a = 1$.

B) O sistema (II) é impossível se $a = 0$.

C) O sistema (I) tem solução única se $m \neq -4$.

D) Se m é restrito ao conjunto dos números naturais, $(\det A + \det B)$ é um múltiplo de 3.

E) O sistema (I) é impossível se $m = -4$.

06 – Sabe-se que o resto da divisão de um polinômio $p(x)$ por $(x-2)$ é 6 e que o resto da divisão de $p(x)$ por $(x+1)$ é 3. Assinale a alternativa **correta**.

A) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)\,(x+1)$ é $x^2 - x - 2$.

B) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)\,(x+1)$ é $x + 4$.

C) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)\,(x+1)$ é $x - 1$.

D) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)\,(x+1)$ é indeterminado.

E) $p(x)$ é divisível por $(x-2)\,(x+1)$.

07 – Seja f uma função que tem como domínio o conjunto $A = \{$Ana, José, Maria, Paulo, Pedro$\}$ e como contradomínio o conjunto $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. A função f associa a cada elemento x em A o número de letras distintas desse elemento x. Com base nessas informações, assinale a alternativa **correta**.

A) f é injetora.

B) f é sobrejetora.

C) f não é uma função.

D) f (Maria) = 5.

E) f (Paulo) = f (Pedro).

Cálculos

08 – Assinale a alternativa **correta**.

A) $-2^2 + (-2)^2 = 8$.

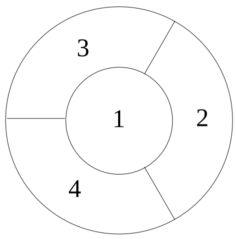
B) $\dfrac{x}{x-y} = 1 - \dfrac{x}{y}$ para todos os números reais x e y tais que $x \neq y$ e $y \neq 0$.

C) Se $xy = 2$, então $x^2y^5 = (xy)^{10} = 1024$.

D) Se $p = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$, então $p^2 = 4\sqrt{2}$.

E) Se $p = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$, então p^2 e p são números racionais.

09 – O canteiro de uma praça tem a forma de um círculo e é dividido em quatro partes, conforme ilustrado na figura. Dispõe-se de mudas de flores de seis cores distintas e deseja-se que cada parte do canteiro tenha flores de uma mesma cor. Consideram-se canteiros distintos aqueles cujas flores são plantadas em partes com numeração diferente. Também não se deseja que a mesma cor apareça em partes vizinhas, isto é, partes com uma fronteira em comum.



Com relação ao exposto acima, assinale a alternativa **correta**.

A) O número total de canteiros distintos é 360.

B) Quando o vermelho, uma das cores disponíveis, ocupa a parte central do canteiro, o número total de canteiros distintos é 6.

C) Supondo-se que todas as cores tenham a mesma chance de serem escolhidas, a probabilidade de que o vermelho, uma das cores disponíveis, seja escolhido é $\dfrac{1}{60}$.

D) Sabendo-se que o vermelho, uma das cores disponíveis, foi escolhido, a probabilidade de que ele ocupe a parte central do canteiro é $\dfrac{1}{24}$.

E) Existem 6^4 canteiros distintos.

Cálculos

10 – Considerando o círculo trigonométrico e as funções trigonométricas nele definidas, é **incorreto** afirmar que

A) o arco de 3 radianos pertence ao 2º quadrante.

B) $\cos 3 < \cos 6$ (arcos em radianos).

C) o valor de $L = \dfrac{\text{sen}\,60^{\circ} - \cos 210^{\circ}}{\text{tg}\,315^{\circ}}$ é $-\sqrt{3}$.

D) $\cos^4 x - \text{sen}^4 x = \cos 2x,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

E) $(\sec x - \text{tg}\,x)^2 = 1$, nos valores de x para os quais $\sec x$ e $\text{tg}\,x$ estão definidas.

11 – Em um plano α, a mediatriz de um segmento de reta AB é a reta r que passa pelo ponto médio do segmento de reta AB e é perpendicular a esse segmento. Assinale a alternativa **incorreta**.

A) Tomando um ponto P qualquer em r, a distância de P ao ponto A é igual à distância de P ao ponto B.

B) A interseção das mediatrizes de dois lados de um triângulo qualquer em α é o circuncentro do triângulo.

C) Qualquer ponto do plano α que não pertença à reta r não eqüidista dos extremos do segmento AB.

D) As mediatrizes dos lados de um triângulo podem se interceptar em três pontos distintos.

E) A reta r é a única mediatriz do segmento de reta AB em α.

12 – Um comerciante alterou quatro vezes o preço da etiqueta de um certo produto. Em duas das alterações, aumentou o preço em 25% e, em outras duas, reduziu em 25%. Aumentos e reduções ocorreram não necessariamente em seqüência. Se p_0 é o preço inicial do produto e p é o preço final, após as quatro alterações, é **correto** afirmar que

A) o preço do produto não sofreu alteração.

B) o preço final p depende da ordem em que ocorreram os aumentos e as reduções.

C) o preço final do produto é dado pela expressão $p = \dfrac{225}{256}\,p_0 \cong 0{,}88 p_0$.

D) o preço p_0 do produto sofreu uma redução inferior a 10%.

E) o preço do produto, que era R$ 512,00, passou a ser R$ 50,00.

Cálculos

13 – Considere a função $f:[-\pi,\pi]\to\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\cos x$. Assinale a alternativa que apresenta uma função cujo gráfico interceptará o gráfico de f em três pontos distintos.

A) $g(x)=\operatorname{tg} x$.

B) $g(x)=\operatorname{sen} x$.

C) $g(x)=\cos 2x$.

D) $g(x)=x$.

E) $g(x)=0$.

Cálculos

14 – Seja $z=3\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\operatorname{sen}\frac{5\pi}{3}\right)$ um número complexo. É **correto** afirmar que o conjugado de z é

A) $\overline{z}=3(1+i\sqrt{3})$.

B) $\overline{z}=\frac{3}{2}(1+i\sqrt{3})$.

C) $\overline{z}=\frac{3}{2}(1-i\sqrt{3})$.

D) $\overline{z}=\frac{3}{2}(-1+i\sqrt{3})$.

E) $\overline{z}=3(1-i\sqrt{3})$.

15 – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais no plano, um ponto $P'(x',y')$ é obtido pela rotação de um ponto $P(x,y)$ em torno da origem de um ângulo medindo α graus. Essa rotação, se ocorrer no sentido anti-horário, é definida pelo produto da matriz $R=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha\\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$ com a matriz $P=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$, gerando uma matriz $P'=\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}$, ou seja, $P'=RP$.

Rotacionando-se o ponto $(2,-4)$ de um ângulo de 30º em torno da origem, no sentido anti-horário, o ponto obtido será

A) $(\sqrt{3}+2,\,1-2\sqrt{3})$.

B) $(1-2\sqrt{3},\,\sqrt{3}-2)$.

C) $(\sqrt{3}-2,\,1+2\sqrt{3})$.

D) $(1+2\sqrt{3},\,\sqrt{3}-2)$.

E) $(1-2\sqrt{3},\,2-\sqrt{3})$.