

UEM

**Vestibular
de Inverno 2006**

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

**QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS
CANDIDATOS QUE REALIZARAM A
PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.**



UEM

Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 1

01 – Sabe-se que o resto da divisão de um polinômio $p(x)$ por $(x-2)$ é 6 e que o resto da divisão de $p(x)$ por $(x+1)$ é 3. Assinale a alternativa **correta**.

- A) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)(x+1)$ é $x^2 - x - 2$.
- B) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)(x+1)$ é $x + 4$.
- C) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)(x+1)$ é $x - 1$.
- D) O resto da divisão de $p(x)$ por $(x-2)(x+1)$ é indeterminado.
- E) $p(x)$ é divisível por $(x-2)(x+1)$.

02 – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais no plano, um ponto $P'(x', y')$ é obtido pela rotação de um ponto $P(x, y)$ em torno da origem de um ângulo medindo α graus. Essa rotação, se ocorrer no sentido anti-horário, é definida pelo produto da matriz

$$R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \text{ com a matriz } P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

gerando uma matriz $P' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, ou seja, $P' = RP$.

Rotacionando-se o ponto $(2, -4)$ de um ângulo de 30° em torno da origem, no sentido anti-horário, o ponto obtido será

- A) $(\sqrt{3} + 2, 1 - 2\sqrt{3})$.
- B) $(1 - 2\sqrt{3}, \sqrt{3} - 2)$.
- C) $(\sqrt{3} - 2, 1 + 2\sqrt{3})$.
- D) $(1 + 2\sqrt{3}, \sqrt{3} - 2)$.
- E) $(1 - 2\sqrt{3}, 2 - \sqrt{3})$.

03 – Nos sistemas de equações lineares (I) e (II) a seguir, a e m são números reais.

$$(I) \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 6x + my = 8 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x - 3y + 2z = a \\ y + z = 5 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

Sejam A e B as matrizes dos coeficientes dos sistemas (I) e (II), respectivamente.

Assinale a alternativa **incorreta** sobre os sistemas e sobre as matrizes a eles relacionadas.

- A) Se $(a, 2, 3)$ é solução do sistema (II), então $a = 1$.
- B) O sistema (II) é impossível se $a = 0$.
- C) O sistema (I) tem solução única se $m \neq -4$.
- D) Se m é restrito ao conjunto dos números naturais, $(\det A + \det B)$ é um múltiplo de 3.
- E) O sistema (I) é impossível se $m = -4$.

04 – Os valores de x que satisfazem a equação

$$2(\log_3 x)^2 - \log_9 x = \log_{81} 3$$

são

- A) $\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{4}$.
- B) $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$.
- C) $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt[4]{3}}{3}$.
- D) $\sqrt{3}$ e $\frac{\sqrt[4]{27}}{3}$.
- E) $\sqrt[4]{3}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

05 – Considere a função $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \cos x$. Assinale a alternativa que apresenta uma função cujo gráfico interceptará o gráfico de f em três pontos distintos.

- A) $g(x) = \operatorname{tg} x$.
- B) $g(x) = \operatorname{sen} x$.
- C) $g(x) = \cos 2x$.
- D) $g(x) = x$.
- E) $g(x) = 0$.

- 06 – Nas figuras a seguir, a curva é o gráfico da função $f(x) = 2^{-x}$. Observe atentamente o que ocorre com os retângulos hachurados para $x \geq -1$. Em cada uma das figuras, eles são apenas os primeiros elementos dos infinitos que possuem as mesmas características.

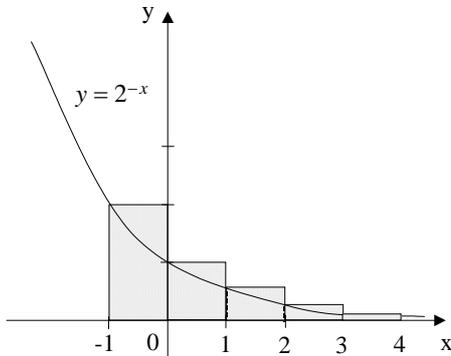


Figura 1

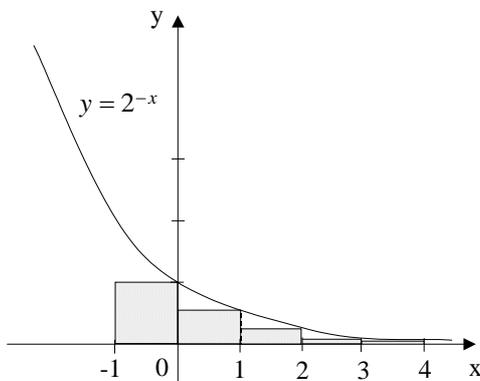


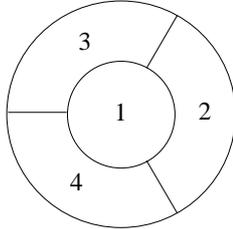
Figura 2

Com relação ao exposto, assinale a alternativa **correta**.

- A) As alturas dos retângulos na Figura 1 são, sucessivamente, 2^{-1} , 2^0 , 2^1 , 2^2 ,...
- B) As alturas dos retângulos na Figura 2 são, sucessivamente, 2^0 , 2^1 , 2^2 , 2^3 ,...
- C) A soma das áreas dos infinitos retângulos observados na Figura 1 é 4.
- D) A soma das áreas dos infinitos retângulos observados na Figura 2 é 3.
- E) É impossível calcular a soma das áreas dos infinitos retângulos em qualquer das figuras.
- 07 – Considere o polinômio
- $$p(x) = (m^2 + 1)x^3 - 2(m + 1)x^2 - x + 2.$$
- Assinale a alternativa **correta**.
- A) Se $x = 0$, o grau do polinômio $p(x)$ é zero.
- B) Se $m = -1$, o grau do polinômio $p(x)$ é 1.
- C) Se $m = -1$, $p(x)$ tem 2 como raiz.
- D) Se $m = 0$, $p(x)$ tem -1 , 1 e 2 como raízes.
- E) Se $m = 1$, o grau do polinômio $p(x)$ é 2.

- 08 – Um comerciante alterou quatro vezes o preço da etiqueta de um certo produto. Em duas das alterações, aumentou o preço em 25% e, em outras duas, reduziu em 25%. Aumentos e reduções ocorreram não necessariamente em seqüência. Se p_0 é o preço inicial do produto e p é o preço final, após as quatro alterações, é **correto** afirmar que
- A) o preço do produto não sofreu alteração.
B) o preço final p depende da ordem em que ocorreram os aumentos e as reduções.
C) o preço final do produto é dado pela expressão
- $$p = \frac{225}{256} p_0 \cong 0,88p_0.$$
- D) o preço p_0 do produto sofreu uma redução inferior a 10%.
E) o preço do produto, que era R\$ 512,00, passou a ser R\$ 50,00.
- 09 – Em um plano α , a mediatriz de um segmento de reta AB é a reta r que passa pelo ponto médio do segmento de reta AB e é perpendicular a esse segmento. Assinale a alternativa **incorreta**.
- A) Tomando um ponto P qualquer em r, a distância de P ao ponto A é igual à distância de P ao ponto B.
B) A interseção das mediatrizes de dois lados de um triângulo qualquer em α é o circuncentro do triângulo.
C) Qualquer ponto do plano α que não pertença à reta r não equidista dos extremos do segmento AB.
D) As mediatrizes dos lados de um triângulo podem se interceptar em três pontos distintos.
E) A reta r é a única mediatriz do segmento de reta AB em α .
- 10 – Seja f uma função que tem como domínio o conjunto $A = \{\text{Ana, José, Maria, Paulo, Pedro}\}$ e como contradomínio o conjunto $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. A função f associa a cada elemento x em A o número de letras distintas desse elemento x . Com base nessas informações, assinale a alternativa **correta**.
- A) f é injetora.
B) f é sobrejetora.
C) f não é uma função.
D) $f(\text{Maria}) = 5$.
E) $f(\text{Paulo}) = f(\text{Pedro})$.

- 11 – O canteiro de uma praça tem a forma de um círculo e é dividido em quatro partes, conforme ilustrado na figura. Dispõe-se de mudas de flores de seis cores distintas e deseja-se que cada parte do canteiro tenha flores de uma mesma cor. Consideram-se canteiros distintos aqueles cujas flores são plantadas em partes com numeração diferente. Também não se deseja que a mesma cor apareça em partes vizinhas, isto é, partes com uma fronteira em comum.

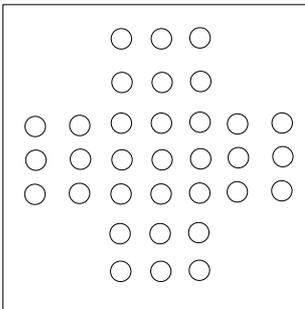


Com relação ao exposto acima, assinale a alternativa **correta**.

- A) O número total de canteiros distintos é 360.
 B) Quando o vermelho, uma das cores disponíveis, ocupa a parte central do canteiro, o número total de canteiros distintos é 6.
 C) Supondo-se que todas as cores tenham a mesma chance de serem escolhidas, a probabilidade de que o vermelho, uma das cores disponíveis, seja escolhido é $\frac{1}{60}$.
 D) Sabendo-se que o vermelho, uma das cores disponíveis, foi escolhido, a probabilidade de que ele ocupe a parte central do canteiro é $\frac{1}{24}$.
 E) Existem 6^4 canteiros distintos.
- 12 – Seja $z = 3\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{3}\right)$ um número complexo. É **correto** afirmar que o conjugado de z é
- A) $\bar{z} = 3(1 + i\sqrt{3})$.
 B) $\bar{z} = \frac{3}{2}(1 + i\sqrt{3})$.
 C) $\bar{z} = \frac{3}{2}(1 - i\sqrt{3})$.
 D) $\bar{z} = \frac{3}{2}(-1 + i\sqrt{3})$.
 E) $\bar{z} = 3(1 - i\sqrt{3})$.

- 13 – Considerando o círculo trigonométrico e as funções trigonométricas nele definidas, é **incorreto** afirmar que
- A) o arco de 3 radianos pertence ao 2º quadrante.
 B) $\cos 3 < \cos 6$ (arcos em radianos).
 C) o valor de $L = \frac{\operatorname{sen} 60^\circ - \cos 210^\circ}{\operatorname{tg} 315^\circ}$ é $-\sqrt{3}$.
 D) $\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x = \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.
 E) $(\sec x - \operatorname{tg} x)^2 = 1$, nos valores de x para os quais $\sec x$ e $\operatorname{tg} x$ estão definidas.

- 14 – Um tabuleiro maciço de jogo visto de cima tem o formato dado na figura abaixo, em que cada círculo da figura representa um furo, que é uma semi-esfera com 2 cm de diâmetro. Sem os furos, o tabuleiro seria um paralelepípedo de 2 cm de altura e base quadrada com lado medindo 20 cm.



O volume de material usado para a confecção do tabuleiro como na figura é, aproximadamente,

- A) 731 cm^3 .
 B) 651 cm^3 .
 C) 871 cm^3 .
 D) 431 cm^3 .
 E) 531 cm^3 .
- 15 – Assinale a alternativa **correta**.
- A) $-2^2 + (-2)^2 = 8$.
 B) $\frac{x}{x-y} = 1 - \frac{x}{y}$ para todos os números reais x e y tais que $x \neq y$ e $y \neq 0$.
 C) Se $xy = 2$, então $x^2 y^5 = (xy)^{10} = 1024$.
 D) Se $p = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$, então $p^2 = 4\sqrt{2}$.
 E) Se $p = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$, então p^2 e p são números racionais.