



**PROVA 3
CONHECIMENTOS
ESPECÍFICOS**

MATEMÁTICA

QUESTÕES OBJETIVAS

**QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS
CANDIDATOS QUE REALIZARAM A
PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.**

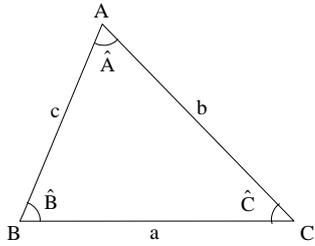


UEM

Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 4

MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$		<p><i>Lei dos senos:</i></p> $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ <p><i>Lei dos cossenos:</i></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_{n,i} a^{n-i} b^i$	
Geometria Plana e Espacial	<p>Área do losango: $A = \frac{dD}{2}$</p> <p>Área do trapézio: $A = \frac{(b+B)h}{2}$</p> <p>Área do círculo: $A = \pi R^2$</p> <p>Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$</p> <p>Área lateral do cone: $A = \pi Rg$</p> <p>Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$</p>	<p>Volume do cubo: $V = a^3$</p> <p>Volume do prisma: $V = B \cdot h$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{B \cdot h}{3}$</p> <p>Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$</p> <p>Volume do cone: $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$</p> <p>Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p>	
Progressões	<p>P. A.:</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	<p>P. G.:</p> $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1 - q}, q \neq 1$ $S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}, q < 1$	
Geometria Analítica	<p>Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$:</p> $A = \frac{1}{2} D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<p>Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$:</p> $d_{P,r} = \left \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $	

01 – Considere a função f definida por $f(x) = x^2 - 2x - 3$ para todo x real. É **incorreto** afirmar que

- A) o vértice do gráfico da função f é $(1, -4)$.
- B) a função f é negativa para todos os valores de x pertencentes ao intervalo $[-1, 3]$.
- C) a imagem da função f é o intervalo $[-4, \infty[$.
- D) a interseção da reta de equação $y = x - 3$ com o gráfico de f são os pontos $(0, -3)$ e $(3, 0)$.
- E) todas as raízes da função f são números inteiros.

02 – Um tampo de mesa tem o formato circular e precisa-se determinar o seu centro O . Descreve-se a seguir um procedimento para se obter o centro O .

- I. Escolha dois pontos quaisquer A e B na borda do tampo, ou seja, na circunferência C que delimita o tampo.
 - II. Encontre o ponto médio M do segmento de reta AB e trace uma perpendicular r a AB , passando por M (r é chamada mediatriz de AB).
 - III. Escolha um ponto D , na circunferência C , distinto de A e B e trace a mediatriz de AD .
 - IV. A interseção das duas mediatrizes dadas em II e III é o centro O procurado.
- Assinale a alternativa **incorreta**.

- A) O procedimento acima toma como base o fato de que todos os pontos da mediatriz de um segmento equidistam dos seus extremos.
- B) O procedimento acima toma como base o fato de que o centro de uma circunferência pertence à mediatriz de qualquer corda.
- C) Dados três pontos distintos A , B e D em um plano, utilizando-se um procedimento análogo a II, III e IV, obtém-se o centro de uma circunferência que contém os pontos A , B e D .
- D) Utilizando-se procedimento análogo a II, III e IV para os vértices de um triângulo, demonstra-se que qualquer triângulo possui uma circunferência circunscrita.
- E) Pela arbitrariedade dos pontos A , B e D considerados no procedimento, todo ponto X de C dista de O um número fixo.

03 – Considere o polinômio

$$p(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

É **incorreto** afirmar que

- A) o grau do quociente da divisão de $p(x)$ por $d(x) = x^2 + x + 1$ é 3.
- B) o resto da divisão de $p(x)$ por $d(x) = x + 2$ é $r(x) = 63$.
- C) o quociente da divisão de $p(x)$ por $d(x) = x - 1$ é $q(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$.
- D) $p(x)$ possui raiz real.
- E) $p(\sqrt{2}) = 7(\sqrt{2} + 1)$.

04 – Considere uma progressão geométrica de razão $\sqrt{3}$ cujos três termos iniciais são o valor numérico da área de um triângulo equilátero, o valor numérico da área de um quadrado e o valor numérico da área de um hexágono regular, nessa ordem. Assinale a alternativa **correta**.

- A) Se o lado do quadrado mede 1cm, então o quarto termo da progressão geométrica é $3\sqrt{3}$.
- B) Se o lado do hexágono regular mede 1cm, então a área do quadrado mede $\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- C) O perímetro do triângulo equilátero, o perímetro do quadrado e o perímetro do hexágono regular (nessa ordem) estão em progressão aritmética de razão $\sqrt{6}$.
- D) Se a área do triângulo equilátero mede $\sqrt{3} \text{ cm}^2$, então a área do hexágono regular mede $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- E) Se o lado do triângulo equilátero mede 1cm, então o perímetro do hexágono regular mede $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

05 – Sejam α e β as medidas de dois ângulos que possuem as propriedades $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \beta$ e $\operatorname{tg} \beta = \cos \alpha$.

Nesse caso, é **correto** afirmar que

- A) $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = [(\operatorname{sen} \alpha) + 1] \cdot \operatorname{sen} \beta$.
- B) $\cos(\alpha + \beta) = [(\operatorname{sen} \beta) + 1] \cdot \operatorname{sen} \alpha$.
- C) $\operatorname{sen}(\alpha - \beta) = (1 - \cos \beta) \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha$.
- D) $\cos(\alpha - \beta) = (\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha + 1) \cdot \operatorname{sen} \beta$.
- E) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha$.

06 – Seja i a unidade imaginária. Assinale a alternativa **incorreta**.

- A) $(1+i)^4 = 16(\cos(\pi) + i\sin(\pi))$.
- B) Se $1+i$ é raiz de $p(x) = x^2 + bx + c$, com $b, c \in \mathbb{R}$, então $1-i$ também é raiz.
- C) Para todo número complexo z , temos que $z \cdot \bar{z} = |z|^2$, em que \bar{z} é o conjugado de z , e $|z|$ é o módulo de z .
- D) As raízes quadradas de i são $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ e $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.
- E) O número complexo $\frac{1+i}{1-i}$ tem parte real nula.

07 – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais de origem O e eixos coordenados x e y , considere a reta r cuja equação é $x - 2y + 2 = 0$. É **correto** afirmar que

- A) o ângulo agudo entre r e o eixo x mede $-\frac{1}{2}$ radiano.
- B) a distância entre O e a reta r é $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- C) a distância entre os pontos de interseção de r com os eixos x e y é $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- D) a área do triângulo formado pela origem e pelos pontos de interseção de r com os eixos x e y é 1.
- E) o ângulo agudo entre r e o eixo y mede 2 radianos.

08 – Sejam a e b números reais positivos. Considere a igualdade $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$. O número positivo $\frac{a}{b}$ que satisfaz essa igualdade é chamado "número de ouro" ou "número áureo". O valor do número de ouro é

- A) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$.
- B) π .
- C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.
- D) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$.
- E) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

09 – Considerando-se o binômio $(1-x)^7$, assinale a alternativa **incorreta**.

- A) Escolhendo-se ao acaso um termo no desenvolvimento do binômio, a probabilidade de que seu coeficiente seja um número positivo é de 50%.
- B) Escolhendo-se ao acaso um termo no desenvolvimento do binômio, a probabilidade de que seu coeficiente seja um número par é zero.
- C) A soma de todos os coeficientes dos termos, no desenvolvimento do binômio, é zero.
- D) O maior coeficiente de um termo, no desenvolvimento do binômio, é $\frac{7!}{4!.3!}$.
- E) O menor coeficiente de um termo, no desenvolvimento do binômio, é 1.

10 – Sejam $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ e $B = \{0, 1, 2\}$. Considere a função $f: \mathbb{N} \rightarrow B$, dada por $f(x) = y$, em que y é o resto da divisão de x por 3. É **incorreto** afirmar que

- A) f é uma função sobrejetora.
- B) $f(73) = 1$.
- C) f é uma função injetora.
- D) $f(1) = 1$.
- E) $f(102) = 0$.

11 – Sobre matrizes e determinantes, assinale a alternativa **correta**.

- A) Se A é uma matriz quadrada e n é um número natural tal que $\det(A) = 3^n$, então $\det(A^{-1}) = \frac{1}{3^n}$.
- B) Os possíveis valores de a para que a matriz $\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & a \end{pmatrix}$ admita inversa são $a = 0$ ou $a = 1$.
- C) Se A e B são matrizes quadradas de mesma ordem tais que $\det(A) = a$ e $\det(B - A) = b$ com a e b números reais, então $\det(B) = b + a$.
- D) Se A e B são matrizes quadradas de mesma ordem, m e n são números naturais tais que $\det(AB) = 2^m$ e $\det(A) = 2^n$, então $\det(B) = 2^{\frac{m}{n}}$.
- E) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

12 – Sejam α e β dois planos (distintos) paralelos, e r uma reta qualquer. Assinale a alternativa **incorreta**.

- A) Se r está contida em α , então r é paralela a β .
- B) Se r é perpendicular a α , então r é perpendicular a β .
- C) Se r é perpendicular a uma reta s em α , então r é perpendicular a β .
- D) Se γ é um plano secante a β , então γ é secante a α .
- E) Se r pertence a β , então existem retas de α reversas a r .

13 – Assinale a alternativa **incorreta**.

- A) Se um livro contém 100 páginas com 38 linhas cada página, então, para que o mesmo livro contenha 40 linhas por página, são necessárias 95 páginas.
- B) A única possibilidade para que a média aritmética e a média geométrica de dois números sejam iguais é que os números sejam idênticos.
- C) Se desejamos distribuir 60 bombons e 96 balas para um grupo de crianças de modo que cada uma receba o mesmo número de bombons e de balas, então o número máximo de crianças que o grupo pode conter é 12.
- D) Se $0,525 = \frac{a}{b}$, com a e b números inteiros positivos e primos entre si, então $b = 2(a - 1)$.
- E) A probabilidade de se escolher aleatoriamente um número primo entre os números inteiros positivos menores que 13 é de 50%.

14 – Considere a função $f(x) = \log_{x^2-1} 2(x^2-1)$ em que x assume valores reais. Assinale a alternativa correta.

- A) O domínio de f é o conjunto $\{x \in \mathbb{R}; x > 0 \text{ e } x \neq 1\}$.
- B) Os valores de x tais que $f(x) = 2$ são $x = \pm 1$ e $x = \pm\sqrt{3}$.
- C) As raízes da função f são $x = -1$ e $x = 1$.
- D) O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em dois valores distintos.
- E) $f(x) \neq f(-x)$.

15 – Em um curso universitário, 73% dos alunos são homens, e 27% são mulheres. Sabe-se que dois quintos dos homens desse curso estudaram em escolas públicas e que dois terços das mulheres estudaram em escolas privadas. A porcentagem de alunos desse curso que estudaram em escolas públicas é

- A) 47,2%.
- B) 38,2%.
- C) 35,1%.
- D) 42,5%.
- E) 45,7%.