PROVA 3
CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

2º VESTIBULAR 2006 UEM

MATEMÁTICA

QUESTÕES OBJETIVAS

QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS CANDIDATOS QUE REALIZARAM A PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.

UEM
Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 1

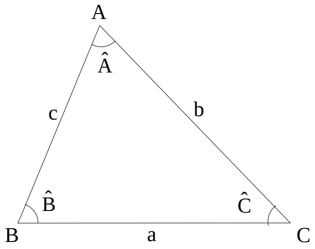
MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria

$\text{sen}(x \pm y) = \text{sen}(x)\cos(y) \pm \text{sen}(y)\cos(x)$

$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \text{sen}(x)\text{sen}(y)$

$\text{tg}(x \pm y) = \dfrac{\text{tg}(x) \pm \text{tg}(y)}{1 \mp \text{tg}(x)\text{tg}(y)}$



Lei dos senos:

$\dfrac{a}{\text{sen}(\hat{A})} = \dfrac{b}{\text{sen}(\hat{B})} = \dfrac{c}{\text{sen}(\hat{C})}$

Lei dos cossenos:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$

Análise Combinatória

$P_n = n!$

$A_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$C_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

$(a + b)^n = \sum\limits_{i=0}^{n} C_{n,i} a^{n-i} b^i$

Geometria Plana e Espacial

Área do losango: $A = \dfrac{d\,D}{2}$

Área do trapézio: $A = \dfrac{(b + B)h}{2}$

Área do círculo: $A = \pi R^2$

Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$

Área lateral do cone: $A = \pi Rg$

Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$

Volume do cubo: $V = a^3$

Volume do prisma: $V = B \cdot h$

Volume da pirâmide: $V = \dfrac{B \cdot h}{3}$

Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$

Volume do cone: $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$

Volume da esfera: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$

Progressões

P. A.:

$a_n = a_1 + (n-1)r$

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$

P. G.:

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$S_n = \dfrac{a_1 - a_1 q^n}{1-q}, q \neq 1$

$S_\infty = \dfrac{a_1}{1-q}, |q| < 1$

Geometria Analítica

Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$:

$A = \dfrac{1}{2}|D|$, onde $D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$:

$d_{P,r} = \left| \dfrac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

MATEMÁTICA

01 – Assinale a alternativa **incorreta**.

A) Se um livro contém 100 páginas com 38 linhas cada página, então, para que o mesmo livro contenha 40 linhas por página, são necessárias 95 páginas.

B) A única possibilidade para que a média aritmética e a média geométrica de dois números sejam iguais é que os números sejam idênticos.

C) Se desejamos distribuir 60 bombons e 96 balas para um grupo de crianças de modo que cada uma receba o mesmo número de bombons e de balas, então o número máximo de crianças que o grupo pode conter é 12.

D) Se $0{,}525 = \dfrac{a}{b}$, com a e b números inteiros positivos e primos entre si, então $b = 2(a-1)$.

E) A probabilidade de se escolher aleatoriamente um número primo entre os números inteiros positivos menores que 13 é de 50%.

02 – Sobre matrizes e determinantes, assinale a alternativa **correta**.

A) Se A é uma matriz quadrada e n é um número natural tal que $\det(A) = 3^n$, então $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{3^n}$.

B) Os possíveis valores de a para que a matriz $\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & a \end{pmatrix}$ admita inversa são $a = 0$ ou $a = 1$.

C) Se A e B são matrizes quadradas de mesma ordem tais que $\det(A) = a$ e $\det(B - A) = b$ com a e b números reais, então $\det(B) = b + a$.

D) Se A e B são matrizes quadradas de mesma ordem, m e n são números naturais tais que $\det(AB) = 2^m$ e $\det(A) = 2^n$, então $\det(B) = 2^{\frac{m}{n}}$.

E) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Cálculos

03 – Um tampo de mesa tem o formato circular e precisa-se determinar o seu centro O. Descreve-se a seguir um procedimento para se obter o centro O.

I. Escolha dois pontos quaisquer A e B na borda do tampo, ou seja, na circunferência C que delimita o tampo.

II. Encontre o ponto médio M do segmento de reta AB e trace uma perpendicular r a AB, passando por M (r é chamada mediatriz de AB).

III. Escolha um ponto D, na circunferência C, distinto de A e B e trace a mediatriz de AD.

IV. A interseção das duas mediatrizes dadas em II e III é o centro O procurado.

Assinale a alternativa **incorreta**.

A) O procedimento acima toma como base o fato de que todos os pontos da mediatriz de um segmento eqüidistam dos seus extremos.

B) O procedimento acima toma como base o fato de que o centro de uma circunferência pertence à mediatriz de qualquer corda.

C) Dados três pontos distintos A, B e D em um plano, utilizando-se um procedimento análogo a II, III e IV, obtém-se o centro de uma circunferência que contém os pontos A, B e D.

D) Utilizando-se procedimento análogo a II, III e IV para os vértices de um triângulo, demonstra-se que qualquer triângulo possui uma circunferência circunscrita.

E) Pela arbitrariedade dos pontos A, B e D considerados no procedimento, todo ponto X de C dista de O um número fixo.

04 – Sejam a e b números reais positivos. Considere a igualdade $\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}$. O número positivo $\frac{a}{b}$ que satisfaz essa igualdade é chamado "número de ouro" ou "número áureo". O valor do número de ouro é

A) $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$.

B) π.

C) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

D) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$.

E) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Cálculos

05 – Considere uma progressão geométrica de razão $\sqrt{3}$ cujos três termos iniciais são o valor numérico da área de um triângulo equilátero, o valor numérico da área de um quadrado e o valor numérico da área de um hexágono regular, nessa ordem. Assinale a alternativa **correta**.

A) Se o lado do quadrado mede 1cm, então o quarto termo da progressão geométrica é $3\sqrt{3}$.

B) Se o lado do hexágono regular mede 1cm, então a área do quadrado mede $\sqrt{3}$ cm^2.

C) O perímetro do triângulo equilátero, o perímetro do quadrado e o perímetro do hexágono regular (nessa ordem) estão em progressão aritmética de razão $\sqrt{6}$.

D) Se a área do triângulo equilátero mede $\sqrt{3}$ cm^2, então a área do hexágono regular mede $6\sqrt{3}$ cm^2.

E) Se o lado do triângulo equilátero mede 1cm, então o perímetro do hexágono regular mede $3\sqrt{2}$ cm.

06 – Sejam α e β dois planos (distintos) paralelos, e *r* uma reta qualquer. Assinale a alternativa **incorreta**.

A) Se *r* está contida em α, então *r* é paralela a β.

B) Se *r* é perpendicular a α, então *r* é perpendicular a β.

C) Se *r* é perpendicular a uma reta *s* em α, então *r* é perpendicular a β.

D) Se γ é um plano secante a β, então γ é secante a α.

E) Se *r* pertence a β, então existem retas de α reversas a *r* .

07 – Sejam $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$ e $B = \{0, 1, 2\}$. Considere a função $f : \mathbb{N} \to B$, dada por $f(x) = y$, em que *y* é o resto da divisão de *x* por 3. É **incorreto** afirmar que

A) f é uma função sobrejetora.

B) $f(73) = 1$.

C) f é uma função injetora.

D) $f(1) = 1$.

E) $f(102) = 0$.

Cálculos

08 – Considere a função f definida por $f(x) = x^2 - 2x - 3$ para todo x real. É **incorreto** afirmar que

A) o vértice do gráfico da função f é (1, –4).

B) a função f é negativa para todos os valores de x pertencentes ao intervalo [–1, 3].

C) a imagem da função f é o intervalo $[-4, \infty[$.

D) a interseção da reta de equação $y = x - 3$ com o gráfico de f são os pontos (0, –3) e (3, 0).

E) todas as raízes da função f são números inteiros.

09 – Seja i a unidade imaginária. Assinale a alternativa **incorreta**.

A) $(1+i)^4 = 16.(\cos(\pi) + i\,\text{sen}(\pi))$.

B) Se $1+i$ é raiz de $p(x) = x^2 + bx + c$, com $b, c \in \mathbb{R}$, então $1 - i$ também é raiz.

C) Para todo número complexo z, temos que $z \,.\, \overline{z} = |z|$, em que $\overline{z}$ é o conjugado de z, e $|z|$ é o módulo de z.

D) As raízes quadradas de i são $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ e $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$.

E) O número complexo $\frac{1+i}{1-i}$ tem parte real nula.

10 – Considere a função $f(x) = \log_{x^2-1} 2(x^2 - 1)$ em que x assume valores reais. Assinale a alternativa **correta**.

A) O domínio de f é o conjunto $\{x \in \mathbb{R}; x > 0 \text{ e } x \neq 1\}$.

B) Os valores de x tais que $f(x) = 2$ são $x = \pm 1$ e $x = \pm\sqrt{3}$.

C) As raízes da função f são $x = -1$ e $x = 1$.

D) O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em dois valores distintos.

E) $f(x) \neq f(-x)$.

Cálculos

11 – Em um curso universitário, 73% dos alunos são homens, e 27% são mulheres. Sabe-se que dois quintos dos homens desse curso estudaram em escolas públicas e que dois terços das mulheres estudaram em escolas privadas. A porcentagem de alunos desse curso que estudaram em escolas públicas é

A) 47,2%.
B) 38,2%.
C) 35,1%.
D) 42,5%.
E) 45,7%.

12 – Considere o polinômio

$$p(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

É **incorreto** afirmar que

A) o grau do quociente da divisão de *p(x)* por $d(x) = x^2 + x + 1$ é 3.
B) o resto da divisão de *p(x)* por *d(x)* = *x* + 2 é *r(x)* = 63.
C) o quociente da divisão de *p(x)* por *d(x)* = *x* – 1 é $q(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$.
D) *p(x)* possui raiz real.
E) $p(\sqrt{2}) = 7\left(\sqrt{2} + 1\right)$.

13 – Considerando-se o binômio $(1 - x)^7$, assinale a alternativa **incorreta**.

A) Escolhendo-se ao acaso um termo no desenvolvimento do binômio, a probabilidade de que seu coeficiente seja um número positivo é de 50%.
B) Escolhendo-se ao acaso um termo no desenvolvimento do binômio, a probabilidade de que seu coeficiente seja um número par é zero.
C) A soma de todos os coeficientes dos termos, no desenvolvimento do binômio, é zero.
D) O maior coeficiente de um termo, no desenvolvimento do binômio, é $\frac{7!}{4!.3!}$.
E) O menor coeficiente de um termo, no desenvolvimento do binômio, é 1.

Cálculos

14 – Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais de origem O e eixos coordenados *x* e *y*, considere a reta *r* cuja equação é $x - 2y + 2 = 0$. É **correto** afirmar que

A) o ângulo agudo entre *r* e o eixo *x* mede $-\frac{1}{2}$ radiano.

B) a distância entre O e a reta *r* é $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

C) a distância entre os pontos de interseção de *r* com os eixos *x* e *y* é $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D) a área do triângulo formado pela origem e pelos pontos de interseção de *r* com os eixos *x* e *y* é 1.

E) o ângulo agudo entre *r* e o eixo *y* mede 2 radianos.

15 – Sejam α e β as medidas de dois ângulos que possuem as propriedades $tg\,\alpha = \operatorname{sen}\beta$ e $tg\,\beta = \cos\alpha$. Nesse caso, é **correto** afirmar que

A) $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = [(\operatorname{sen}\,\alpha) + 1] \cdot \operatorname{sen}\beta$.

B) $\cos(\alpha + \beta) = [(\operatorname{sen}\,\beta) + 1] \cdot \operatorname{sen}\alpha$.

C) $\operatorname{sen}(\alpha - \beta) = (1 - \cos\beta) \cdot \operatorname{sen}\beta \cdot \cos\alpha$.

D) $\cos(\alpha - \beta) = (\operatorname{sen}\,\beta \cdot \cos\alpha + 1) \cdot \operatorname{sen}\beta$.

E) $tg\,(\alpha + \beta) = \operatorname{sen}\beta + \cos\alpha$.

Cálculos