

VESTIBULAR

UEM - Verão 2011

Prova 3 – Matemática

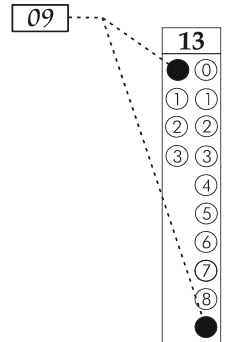
QUESTÕES OBJETIVAS

Nº DE ORDEM:
NOME DO CANDIDATO:

Nº DE INSCRIÇÃO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME, conforme o que consta na etiqueta fixada em sua carteira.
- Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise, imediatamente, o fiscal.
- É proibido folhear o Caderno de Provas antes do sinal, às 9 horas.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 20 questões objetivas e/ou qualquer tipo de defeito. Qualquer problema, avise, imediatamente, o fiscal.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de 2 horas após o início da resolução da prova.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Transcreva as respostas deste caderno para a Folha de Respostas. A resposta correta será a soma dos números associados às proposições verdadeiras. Para cada questão, preencha sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme exemplo ao lado: questão 13, resposta 09 (soma das proposições 01 e 08).
- Se desejar, transcreva as respostas deste caderno no Rascunho para Anotação das Respostas constante nesta prova e destaque-o, para retirá-lo hoje, nesta sala, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação do candidato. Após esse período, não haverá devolução.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.



Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – VERÃO 2011

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 2

Questão 01

Sejam A , B e C os vértices de um triângulo retângulo, sendo \hat{A} o ângulo reto e AC medindo o triplo de AB . Considerando agora os pontos D e E no segmento AC , de modo que $AD = DE = EC$, e F sendo o ponto médio do segmento BC , assinale o que for **correto**.

01) $\cos(\hat{B}) = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

02) Os triângulos BDC e FEC são congruentes.

04) $\text{sen}(\hat{BDC}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

08) Os triângulos EDF e BDF são semelhantes.

16) $\cos(\hat{EFC}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Questão 02

Considere uma cidade com população atual de 350000 habitantes dos quais 10500 estão com suspeita de infecção pelo vírus da dengue. Esta cidade foi dividida em três regiões: região A com 80000 habitantes, região B com 130000 habitantes e região C com o restante dos habitantes. Considere, ainda, as seguintes informações: 20% da população da cidade já estiveram infectados pelo vírus da dengue; na região B , o índice de suspeitas de infecção é 10% superior à média da cidade. Baseando-se nessas informações, assinale o que for **correto**.

01) O número de pessoas da região B com suspeita de dengue é de, aproximadamente, 4% da população total da cidade.

02) O número total de casos suspeitos de dengue nas regiões A e C é de 6210.

04) A probabilidade de uma pessoa que já teve dengue estar no grupo dos suspeitos de infecção é menor ou igual a 15%.

08) Se a população da cidade aumenta 2% ao mês e a taxa de suspeitas de infecção permanece inalterada, então, daqui a três meses, o número de pessoas com suspeita de infecção será maior que 12000.

16) Se 15% da população da cidade é de crianças e 15% de pessoas têm mais de 50 anos, a probabilidade de uma pessoa desses dois grupos estar no grupo suspeito de infecção é de 10%.

Questão 03

Considere a seguinte função $f(x) = 4^{2x^2 - x - 1}$ cujo domínio é conjunto dos números reais. Com relação a essa função, assinale o que for **correto**.

- 01) O mínimo da função f ocorre em $x = 0$.
- 02) O conjunto solução da inequação $f(x) < 1$ é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 1\}$.
- 04) Para $x = 0$, tem-se $\log_2 f(x) = -2$.
- 08) O conjunto solução da inequação $f(x) > 8$ é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{1 - \sqrt{21}}{4} \text{ ou } x > \frac{1 + \sqrt{21}}{4}\}$.
- 16) $\log_3 f(1)$ não existe.

Questão 04

Duas matrizes quadradas A e B , de mesma ordem, são semelhantes, se existir uma matriz C , possuindo a mesma ordem de A e B , de determinante não-nulo, tal que $A = C^{-1}BC$. Com relação a matrizes semelhantes, é **correto** afirmar que

- 01) matrizes com determinantes distintos podem ser semelhantes.
- 02) a matriz identidade de ordem $n \times n$ só é semelhante a si mesma.
- 04) se A é semelhante a B , então, necessariamente, A^2 é semelhante a B^2 .

08) se $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, então

$$C^{-1}BC = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

16) se A é semelhante a B , então, $2A$ é semelhante a $2B$.

Questão 05

Um determinado funil de plástico tem a forma de um tronco de cone cujas circunferências dos furos que o delimitam possuem raios 2 cm e 0,5 cm, e a altura do funil é de 6 cm. Considerando essas informações, e desprezando a espessura do funil, assinale o que for **correto**.

- 01) O volume (capacidade) do funil é maior do que 30 cm^3 .
- 02) A área lateral do funil é superior a 60 cm^2 .
- 04) Se o funil estiver em posição vertical, com o furo menor voltado para baixo e tampado, para encher o funil até metade da altura com água, serão necessários menos de 10 cm^3 de água.
- 08) Se o funil foi obtido de um cone, removendo-se sua ponta, a altura do cone original era de 10 cm.
- 16) A razão entre as áreas respectivas do círculo maior e menor que formam os furos do funil é igual a 8.

Questão 06

Considere uma sala de aula composta por 48 alunos, sendo 21 meninos e 27 meninas. Na primeira prova de Matemática, 15 alunos da sala tiraram nota menor que 6, sendo 8 meninos, e, na primeira prova de Língua Portuguesa, 12 alunos tiraram nota menor que 6, sendo 6 meninas. Dentre esses que tiraram nota inferior a 6, houve ainda 3 alunos que ficaram com nota menor que 6 em ambas as disciplinas. De acordo com os dados fornecidos, assinale o que for **correto**.

- 01) A probabilidade de um menino ter tirado nota menor que 6 em ambas as disciplinas é de 25%.
- 02) Escolhido ao acaso um aluno (menino ou menina), a probabilidade de este ter tirado nota maior ou igual a 6, em ambas as disciplinas, é de 50%.
- 04) A probabilidade de um menino ter tirado nota maior ou igual a 6 em Matemática é $\frac{13}{21}$.
- 08) Se os 3 alunos que tiraram nota menor que 6 em ambas as disciplinas são meninos, então a probabilidade de uma menina ter tirado pelo menos uma nota maior ou igual a 6 é de 100%.
- 16) A probabilidade de uma menina ter tirado nota menor que 6 em Matemática é $\frac{8}{21}$.

Rascunho

Questão 07

Sabendo que r , s e t são três retas no espaço tridimensional com r e s paralelas distintas, assinale o que for **correto**.

- 01) Se a reta r é perpendicular a um plano α , então a reta s também é perpendicular ao plano α .
- 02) Se a reta t é concorrente com a reta s , então t também é concorrente com a reta r .
- 04) Se um plano β contém a reta s , então o plano β também contém a reta r .
- 08) Se a reta t é perpendicular à reta r , então t é perpendicular ou ortogonal à reta s .
- 16) Se as três retas r , s e t são paralelas distintas, então existe um plano α que contém as três retas.

Questão 08

Em um triângulo ABC , sejam t a medida do lado AB , u a medida do lado BC , v a medida do lado AC , e seja α a medida do ângulo $\hat{A}BC$, sabendo que $t \leq u \leq v$, assinale o que for **correto**.

- 01) Se $\frac{v}{u} = \frac{u}{t}$, então $u < 2t$.
- 02) A área do triângulo ABC é menor ou igual a $\frac{ut}{2}$.
- 04) Se M é o ponto médio do lado AB , e os triângulos AMC e BMC são congruentes, então ABC é um triângulo isósceles.
- 08) Se $\alpha = \pi/3$ rad, então $v^2 = (t+u)^2 + tu$.
- 16) Se $t+v = 2u$ e ABC é acutângulo, então $u < \frac{4t}{3}$.

Rascunho

Questão 09

O lucro de uma empresa em um período de 15 meses foi modelado matematicamente por meio da seguinte função $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a variável x indica o mês e $f(x)$ o lucro, em milhões de reais, obtido no mês x . Sabe-se que no início desse período, digamos mês zero, a empresa tinha um lucro de 2 milhões de reais; no primeiro mês, o lucro foi de 3 milhões de reais; e, no décimo quinto mês, o lucro foi de 7 milhões de reais. Com base nessas informações, assinale o que for **correto**.

- 01) O lucro obtido no décimo quarto mês foi igual ao lucro obtido no oitavo mês.
- 02) O lucro máximo foi obtido no décimo mês.
- 04) O lucro máximo obtido foi superior a 7,5 milhões de reais.
- 08) O lucro da empresa nesse período de 15 meses oscilou de 2 a 7 milhões de reais.
- 16) O gráfico da função que modela o lucro é uma parábola com concavidade para baixo.

Questão 10

Considerando dois números complexos, $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ na forma algébrica e $w = 3(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$ na forma trigonométrica, onde $0 \leq \theta < 2\pi$, assinale o que for **correto**.

- 01) $|z \cdot w \cdot \bar{z}| = |w|^3$.
- 02) Se $\theta = \frac{\pi}{3}$, então $\bar{w} = z$.
- 04) $z^4 = 27z$.
- 08) Se $\theta = \frac{\pi}{2}$, então $\left(\frac{z \cdot \bar{w}}{w}\right)^{10} = z^{10}$.
- 16) $|w^3 \cdot (\bar{z})^3 \cdot (\bar{w})^3 \cdot z^3| = |w|^9 \cdot |z|^9$.

Rascunho

É cada vez mais comum, em propagandas veiculadas em revistas e outras mídias, o uso de códigos QR. Um código QR é uma espécie de código de barras bidimensional, que é utilizado para armazenar informações diversas. Após codificada, a informação é armazenada sob a forma de um mosaico quadrado quadriculado formado por quadradinhos brancos e pretos, cuja dimensão (número de quadradinhos em cada linha e coluna) depende do tamanho da informação a ser armazenada. Levando-se em consideração as informações fornecidas e supondo que qualquer coloração dos quadrados do mosaico pelas cores preta ou branca forneça um código QR válido, e seus conhecimentos matemáticos, assinale o que for **correto**.

- 01) É possível construir exatamente 3200 códigos QR de dimensão 40×40 distintos.
- 02) O número de códigos QR de dimensão 17×17 que possuem os quatro quadradinhos dos quais um vértice é um vértice do mosaico, coloridos com a mesma cor (preta ou branca) corresponde exatamente a $1/8$ do total de mosaicos possíveis.
- 04) Se em um mosaico QR 10×10 , 70% dos quadradinhos são brancos e 30% são pretos, a probabilidade de, escolhendo-se ao acaso dois quadradinhos distintos, escolher dois da mesma cor é inferior a 70%.
- 08) Se as cores dos quadradinhos de dois mosaicos QR 10×10 coincidem em exatamente 40% dos quadradinhos e 60% dos quadradinhos cuja cor coincide em ambos os mosaicos possuem a cor branca, os quadradinhos pretos coincidentes em ambos os mosaicos representam 16% dos quadradinhos de um mosaico.
- 16) Só é possível construir, no máximo, dois mosaicos distintos, de mesma dimensão, de modo que quaisquer dois quadrados com um lado em comum possuam cores distintas.

Questão 12

Considere as funções f e g , ambas com domínio e contradomínio real, dadas por $f(x) = 5x - \sqrt{2}$ e $g(x) = x^2 - 6x + 1$, para qualquer x real. A respeito dessas funções, assinale o que for **correto**.

- 01) A imagem de qualquer número racional, pela função f , é um número irracional.
- 02) A função g possui uma única raiz real.
- 04) Ambas as funções são crescentes no intervalo $[0, +\infty[$ do domínio.
- 08) O gráfico da função $f \circ g$ é uma parábola.
- 16) Ambas as funções possuem inversas.

Questão 13

Em um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas xOy , considere uma circunferência λ_1 de centro $C(1,1)$ que contém a origem O do sistema de coordenadas e seja A o outro ponto de intersecção de λ_1 com o eixo Oy . Agora, considere uma circunferência λ_2 com centro na origem O , cujo raio é o dobro do raio de λ_1 e sejam B e D os pontos de intersecção de λ_2 com o eixo Ox . Considerando que $\pi \cong 3,14$ e $\sqrt{2} \cong 1,41$ e as informações expostas, assinale o que for **correto**.

- 01) A área limitada pela circunferência λ_2 é o dobro da área limitada pela circunferência λ_1 .
- 02) As circunferências λ_1 e λ_2 são tangentes no ponto $E(2,2)$.
- 04) A área do triângulo ABD é maior do que a área limitada pela circunferência λ_1 .
- 08) A equação geral (ou normal) da circunferência λ_1 é $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$.
- 16) As áreas dos triângulos COB e COD são iguais.

João e Pedro decidiram treinar para competir na Corrida de São Silvestre, mas cada um está fazendo um treinamento diferente: João está correndo 40 minutos por dia e consegue percorrer uma distância de 6 km em cada dia; já Pedro está correndo 30 minutos por dia, do seguinte modo: no primeiro dia, ele percorreu uma distância de 3 km, no segundo dia percorreu 3,5 km, no terceiro dia percorreu 4 km, assim sucessivamente até o décimo quinto dia, e reinicia o processo percorrendo, novamente 3 km. Com essas informações, assinale o que for **correto**.

- 01) A sequência numérica formada pelas velocidades médias de Pedro, nos quinze primeiros dias de treinamento, forma uma progressão geométrica.
- 02) No quarto dia, a velocidade média que Pedro correu foi igual à velocidade média que João correu.
- 04) No décimo dia, Pedro percorreu a distância de 7,5 km.
- 08) A distância total percorrida por Pedro, desde o primeiro até o décimo terceiro dia, foi a mesma percorrida por João no mesmo período.
- 16) A diferença entre as distâncias totais percorridas por Pedro e João, nos quinze primeiros dias de treinamento, é maior que 10 km.

Questão 15

Uma empresa embala quatro tipos de produtos: A , B , C e D . Cada um desses produtos tem um prazo de validade diferente do outro, obedecendo às seguintes relações: o produto B tem um prazo de validade $\frac{1}{3}$ maior que o prazo de validade do produto C ; o prazo de validade do produto D é $\frac{7}{10}$ do prazo de validade do produto A ; o prazo de validade do produto C é $\frac{3}{5}$ do prazo de validade do produto A . Entenda-se como prazo de validade o número de dias entre a data na qual o produto foi embalado e a data máxima para a sua utilização. Com base nessas informações, assinale o que for **correto**.

- 01) Se o produto C tem prazo de validade de 60 dias, então o prazo de validade do produto A é de 100 dias.
- 02) O prazo de validade do produto D é menor que o prazo de validade do produto C .
- 04) O produto A é o que possui maior prazo de validade dentre os quatro produtos.
- 08) A soma dos prazos de validade dos produtos A e C é maior que soma dos prazos de validade dos produtos B e D .
- 16) Se o produto B tem prazo de validade de 80 dias, então o produto D tem prazo de validade de 75 dias.

Questão 16

Considerando o seguinte polinômio $p(x) = (ax^2 + x + 2)(bx + c)$, em que a, b, c são números reais e $b \neq 0$ em relação à equação polinomial $p(x) = 0$, assinale o que for **correto**.

- 01) Se $c = 0$ e $a > \frac{1}{8}$, então a equação tem duas raízes não reais.
- 02) A equação tem pelo menos uma raiz real.
- 04) Se $a \leq 0$, então a equação terá todas as raízes reais.
- 08) Se $a = b = 1$, então as raízes da equação são:
 $x_1 = \frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{7}}{2}$, $x_2 = \frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{7}}{2}$ e $x_3 = -c$.
- 16) Se $a = b = c = -1$, então a equação terá três raízes distintas.

Questão 17

Sobre uma circunferência com raio de 6 cm, marcam-se os pontos A , B e C , equidistantes entre si, e um ponto D diferente dos anteriores. Sobre essa situação, é **correto** afirmar que

- 01) a área do triângulo ABC supera metade da área do círculo delimitado pela circunferência na qual ele está inscrito.
- 02) o triângulo ABD possui, necessariamente, área menor do que a do triângulo ABC .
- 04) o triângulo ABC é isósceles.
- 08) se o triângulo ABD é isósceles seu maior lado é o lado AB .
- 16) a área da circunferência é menor do que 100 cm^2 .

Questão 18

Uma pirâmide $ABCDE$ possui base quadrada $ABCD$ e o vértice E é equidistante dos demais vértices. Seja O a interseção das diagonais do quadrado $ABCD$, assinale o que for **correto**.

- 01) Todas as faces triangulares dessa pirâmide são triângulos isósceles.
- 02) Se o comprimento do segmento OE é igual ao comprimento do segmento OA , todas as arestas da pirâmide possuem o mesmo comprimento.
- 04) Se o comprimento de OE é $\frac{\sqrt{15}}{2}$ vezes o comprimento do lado do quadrado $ABCD$, a área da face triangular ABE é maior do que a área de $ABCD$.
- 08) Se dobrar-se a medida do lado do quadrado e reduzir-se pela metade a medida da altura relativa à base quadrada, o volume da pirâmide permanecerá constante.
- 16) Se o volume da pirâmide, em centímetros cúbicos, é numericamente igual à área do quadrado $ABCD$, em centímetros quadrados, a altura da pirâmide é 3 cm.

Rascunho

Questão 19

Em um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas xOy , considere três retas: r_1 a reta que contém os pontos $(2,0)$ e $(0,2)$; r_2 dada por sua equação na forma segmentária $\frac{x}{4} - \frac{y}{4} = 1$; e $r_3: \alpha x + y - 4 = 0$, em que α é algum número real. Em relação ao exposto, assinale o que for **correto**.

- 01) Se $\alpha = \frac{8}{3}$, então as três retas se interceptam em um mesmo ponto.
- 02) As retas r_1 e r_2 são perpendiculares.
- 04) Se $\alpha = 3$, então a área do triângulo formado pelas intersecções das retas, duas a duas, é $2 u.a.$.
- 08) Não existe número real α de modo que as retas r_2 e r_3 sejam paralelas.
- 16) Para $\alpha = 2$, o ângulo agudo entre as retas r_2 e r_3 é de 75° .

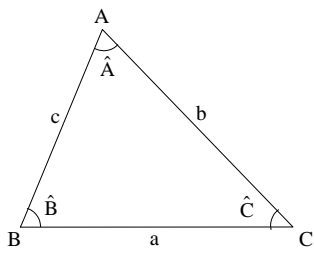
Questão 20

Um número natural é chamado quadrado perfeito, se ele for o quadrado de algum número natural. Sabendo disso, assinale o que for **correto**.

- 01) Existem quadrados perfeitos cuja diferença é 730.
- 02) Todo quadrado perfeito que é múltiplo de 7 é múltiplo de 49.
- 04) A multiplicação de um quadrado perfeito por outro quadrado perfeito é sempre um quadrado perfeito.
- 08) O resultado da soma de quadrados perfeitos é sempre um quadrado perfeito
- 16) 1025710 é um quadrado perfeito.

Rascunho

MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><i>Lei dos senos:</i></p> $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ <p><i>Lei dos cossenos:</i></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$ </div> </div>
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_{n,i} a^{n-i} b^i$
Geometria Plana e Espacial	<p>Comprimento da circunferência: $C = 2\pi R$</p> <p>Área do losango: $A = \frac{d D}{2}$</p> <p>Área do trapézio: $A = \frac{(b+B)h}{2}$</p> <p>Área do círculo: $A = \pi R^2$</p> <p>Área lateral do cilindro: $A = 2\pi R h$</p> <p>Área do setor circular: $A = \frac{R^2 \alpha}{2}$</p> <p>Área lateral do cone: $A = \pi R G$</p> <p>Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$</p> <p>Área total do tetraedro regular: $A = \sqrt{3} a^2$</p>	<p>Volume do paralelepípedo: $V = B \cdot h$</p> <p>Volume do cubo: $V = a^3$</p> <p>Volume do prisma: $V = B \cdot h$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{B \cdot h}{3}$</p> <p>Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$</p> <p>Volume do cone: $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$</p> <p>Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p>
Progressões	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	<p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1 - q}, q \neq 1$ $S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}, q < 1$
Geometria Analítica	<p>Ponto Médio do segmento de extremidades A(x₁, y₁) e B(x₂, y₂):</p> $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ <p>Área do triângulo de vértices P(x₁, y₁), Q(x₂, y₂) e R(x₃, y₃):</p> $A = \frac{1}{2} D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<p>Distância de um ponto P(x₀, y₀) à reta r: ax + by + c = 0:</p> $d_{P,r} = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$
Conversão de unidades	$1 \text{ m}^3 = 1000 \ell$	