

VESTIBULAR verão 2007

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Prova 3 – Matemática

QUESTÕES OBJETIVAS

**QUESTÕES APLICADAS A TODOS OS
CANDIDATOS QUE REALIZARAM A
PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA.**



UEM

Comissão Central do Vestibular Unificado

GABARITO 4

01 – Seja $f(x) = \log_2(2-x) + \log_2 x$ uma função real de variável real, assinale a alternativa **correta**.

A) O domínio de f é \mathbb{R}_+^* .

B) A função inversa de f é dada por

$$f^{-1}(x) = \log_{2-x} 2 + \log_x 2.$$

C) $f(2-x) = f(x)$.

D) O gráfico de f intercepta o eixo x em $x = 2$.

E) O gráfico de f intercepta o eixo y em $y = 2$.

02 – Considere duas retas r e s concorrentes em um ponto P. Com relação a essa informação, assinale a alternativa **correta**.

A) Se t é uma reta perpendicular a r em P, então t não pode ser perpendicular a s em P.

B) Qualquer plano contendo r intercepta s em um único ponto.

C) Se u é uma reta reversa às retas r e s , então toda reta passando por P será reversa a u .

D) Se u é uma reta reversa às retas r e s , então existe uma única reta passando por P paralela a u .

E) Se m é uma reta paralela a r , então m intercepta s .

03 – Seja $k \in \mathbb{N}^*$. Se o número de diagonais de um polígono convexo é k vezes o seu número de lados, então é **correto** afirmar que o número de lados do polígono é

A) $3k + 2$.

B) $2k - 3$.

C) k .

D) $3k - 2$.

E) $2k + 3$.

04 – Assinale a alternativa **incorreta**.

A) $\sqrt{13} = 13^{2x} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$.

B) $-x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$.

C) $|1-x| = 2 \Rightarrow x = -1$.

D) $\log_3 81 = x \Rightarrow x = 4$.

E) $\sec \frac{\pi}{3} = x \Rightarrow x = 2$.

Considere o texto a seguir para responder às duas próximas questões.

Em uma circunferência de centro O e cuja medida do raio é 2 cm, constrói-se um quadrilátero inscrito $ABCD$. Sabe-se que

- a diagonal BD é o diâmetro da circunferência;
- o ângulo interno \hat{D} do triângulo ABD mede 30° ;
- o ângulo interno \hat{B} do triângulo BCD mede 45° .

05 – Com base no texto, é **incorreto** afirmar que

- A) o lado AD mede $\sqrt{3}$ cm.
- B) a diagonal BD mede 4 cm.
- C) o lado BC mede $2\sqrt{2}$ cm.
- D) o lado DC mede $2\sqrt{2}$ cm.
- E) o lado AB mede 2 cm.

06 – Com relação ao texto, é **correto** afirmar que

- A) o triângulo AOD é equilátero.
- B) o quadrilátero $ABCD$ possui um ângulo de 60° .
- C) o triângulo OBC é obtusângulo.
- D) o quadrilátero $ABCD$ possui um ângulo de 120° .
- E) o quadrilátero $ABCD$ possui dois ângulos retos.

07 – Com relação aos números complexos, assinale a alternativa **incorreta**.

A) Para todo $k \in \mathbb{Z}$, $z = \cos\left(\frac{2k\pi}{n}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{2k\pi}{n}\right)$ é solução de $x^n - 1 = 0$, para qualquer $n \in \mathbb{N}^*$.

B) $\frac{i^{2006} + i^{2008}}{2} = i^{2007}$.

C) $i(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + i \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$, em que $\theta \in \mathbb{R}$.

D) Se $z = a + bi$, então $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a+b)(a-b)$, em que $a, b \in \mathbb{R}$ e \bar{z} é o conjugado de z .

E) Se $z = 1 - i$, então $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{2}$, em que \bar{z} é o conjugado de z .

08 – Um número natural é primo quando ele é divisível exatamente por dois números naturais distintos. Escolhendo, ao acaso, um número natural maior que zero e menor que 17, é **correto** afirmar que a probabilidade de esse número ser primo e deixar resto 1 na divisão por 4 é

- A) $\frac{1}{8}$.
- B) $\frac{3}{16}$.
- C) $\frac{3}{8}$.
- D) $\frac{7}{16}$.
- E) $\frac{1}{4}$.

09 – Considere as retas perpendiculares r e s de equações $y = ax - 3$ e $y = 2x + b$, respectivamente. Sabendo que a , 2 e b estão, nessa ordem, em uma Progressão Geométrica, é **correto** afirmar que o ponto de interseção de r e s é

- A) $(2, -4)$.
- B) $(-3, 2)$.
- C) $(-3, -4)$.
- D) $(2, -3)$.
- E) $(4, -2)$.

10 – Com respeito ao binômio $(1 + x)^{15}$, em que $x \in \mathbb{R}$, é **correto** afirmar que

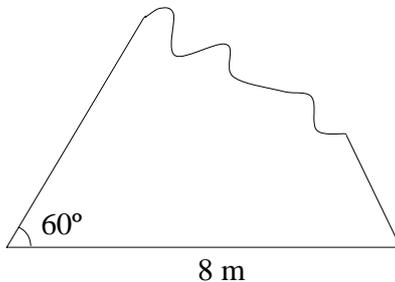
- A) o binômio possui exatamente 15 termos não nulos distintos.
- B) o binômio possui 15 raízes distintas.
- C) o coeficiente de x^{15} é 15.
- D) a soma do coeficiente de x^9 com o coeficiente de x^{10} é $\binom{16}{10}$.
- E) o coeficiente de x^7 é diferente do coeficiente de x^8 .

11 – Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 3^x & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, em que $x \in \mathbb{R}$.

Assinale a alternativa **correta**.

- A) $A^2 \neq A$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
 B) A matriz A é invertível para todo $x \in \mathbb{R}$.
 C) A inversa da matriz A é distinta da matriz A para todo $x \in \mathbb{R}$.
 D) O determinante da matriz A^2 é $2 \cdot 3^x$.
 E) Se $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, então $AB = BA$ se, e somente se, $x = 0$.

12 – Um engenheiro precisa conhecer a medida de cada lado de um terreno triangular cujo perímetro é 20 m, porém a planta do terreno foi rasgada e o que restou foi um pedaço, como na figura a seguir.



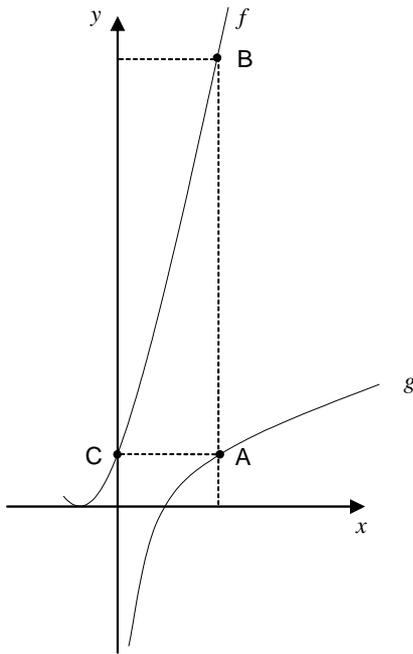
Os lados do triângulo que não aparecem totalmente na planta do terreno medem

- A) $3\sqrt{3}$ m e $(12 - 3\sqrt{3})$ m.
 B) 5 m e 7 m.
 C) 4,5 m e 7,5 m.
 D) 8 m e 4 m.
 E) 3 m e 9 m.

13 – Considerando o polinômio $p(x) = x^3 - kx^2 + x - k$, com $k \in \mathbb{R}$, assinale a alternativa **correta**.

- A) $p(x)$ possui duas raízes positivas.
 B) A soma e o produto das raízes de $p(x)$ são distintos.
 C) O polinômio $p(x)$ possui três raízes, mas apenas uma é complexa.
 D) O polinômio $p(x)$ é divisível por $x^2 + 1$.
 E) O resto da divisão de $p(x)$ por $x + k$ é $2k(k^2 + 1)$, para todo $k \in \mathbb{R}$.

- 14 – Na figura a seguir, esboçamos o gráfico de duas funções f e g , dadas por $f(x) = x^2 + 2x + 1$ e $g(x) = \log_2 x$.

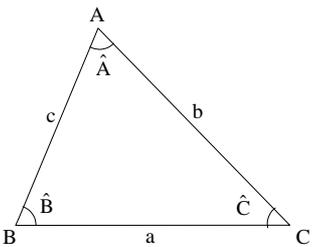


Sabe-se que o ponto C é a interseção do gráfico da função f com o eixo y , os pontos A e C têm a mesma ordenada, os pontos A e B possuem a mesma abscissa, A pertence ao gráfico de g e B pertence ao gráfico de f . Dessa forma, a distância do ponto A ao ponto B é

- A) 6.
 B) 7.
 C) 8.
 D) 9.
 E) 10.
- 15 – Se x e y medem $\frac{\pi}{12}$ radianos e $a = \sin y - \cos y$, o valor da expressão $(2 \cos x + a) \sin x - a \cos x$ é

- A) $\frac{1}{2}$.
 B) $-\frac{1}{2}$.
 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 E) 1.

MATEMÁTICA – Formulário

Trigonometria	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg}(x) \pm \operatorname{tg}(y)}{1 \mp \operatorname{tg}(x)\operatorname{tg}(y)}$		<p><i>Lei dos senos:</i></p> $\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$ <p><i>Lei dos cossenos:</i></p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ $(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_{n,i} a^{n-i} b^i$	
Geometria Plana e Espacial	<p>Área do losango: $A = \frac{dD}{2}$</p> <p>Área do trapézio: $A = \frac{(b+B)h}{2}$</p> <p>Área do círculo: $A = \pi R^2$</p> <p>Área lateral do cilindro: $A = 2\pi Rh$</p> <p>Área lateral do cone: $A = \pi Rg$</p> <p>Área da superfície esférica: $A = 4\pi R^2$</p>	<p>Volume do cubo: $V = a^3$</p> <p>Volume do prisma: $V = B \cdot h$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{B \cdot h}{3}$</p> <p>Volume do cilindro: $V = \pi R^2 h$</p> <p>Volume do cone: $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$</p> <p>Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p>	
Progressões	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	<p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 q^{n-1}$ $S_n = \frac{a_1 - a_1 q^n}{1 - q}, q \neq 1$ $S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}, q < 1$	
Geometria Analítica	<p>Área do triângulo de vértices $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ e $R(x_3, y_3)$:</p> $A = \frac{1}{2} D , \text{ onde } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$	<p>Distância de um ponto $P(x_0, y_0)$ à reta $r: ax + by + c = 0$:</p> $d_{P,r} = \left \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right $	