

Prova 3 – Matemática

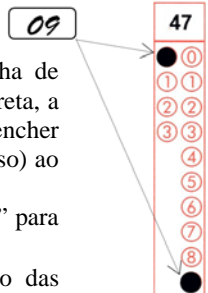
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao número constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise imediatamente o fiscal.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9 horas.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos com lentes escuras, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova. Ou seja, você só poderá deixar a sala de provas após as 11h30min.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Preenchimento da Folha de Respostas: No caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09 (soma, no exemplo, das alternativas corretas, 01 e 08).
- ATENÇÃO:** Não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período o “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas neste Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – VERÃO 2016

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Geometrias Plana, Espacial e Analítica</p>	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Área do círculo $A = \pi r^2$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{1}{3} A \cdot h$</p> $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \text{sen}(a)\text{sen}(b)$ $\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a)\cos(b) + \cos(a)\text{sen}(b)$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Funções</p>	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Progressões</p>	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Questão 01

Seja z um número complexo qualquer. Sabendo-se que o argumento de um número complexo é único, assinale o que for **correto**.

- 01) Se $z = a + bi$ e $\arg z = \theta$, então $\cos \theta = \frac{b}{a^2 + b^2}$.
- 02) Sendo o argumento de z igual a $\frac{\pi}{6}$, então o argumento do conjugado de z é $2\pi - \frac{\pi}{6}$.
- 04) Se $\arg(\overline{z}) = 2\arg(z)$, então z é um número imaginário puro.
- 08) $\forall z \in \mathbb{C} - \{0\}$ e $\forall n \in \mathbb{Z}^+$, temos $\arg(z) \leq \arg(z^n)$.
- 16) Sendo o $\arg(z) = \frac{3\pi}{4}$ e $|z| = 2$, então z^{128} é um número real puro.

Questão 02

Considere o polinômio $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ de coeficientes reais. Assinale o que for **correto**:

- 01) O sistema linear de três variáveis formado pelas equações $p(1) = 0$, $p(2) = 0$ e $p(3) = 0$ é possível e determinado.
- 02) Se $p(1) = 1$, $p(2) = 2$ e $p(3) = 5$, então $p(0) = 2$.
- 04) É possível encontrar valores para os coeficientes de maneira que o polinômio tenha uma raiz real e uma raiz que não seja real.
- 08) Se $a_0 = 9$, $a_1 = -6$ e $a_2 = 1$, então 3 é uma raiz de multiplicidade 2.
- 16) Se x_1 e x_2 são raízes não nulas do polinômio, então

$$x_1 + x_2 = -\frac{a_1}{a_0}.$$

Questão 03

Considere $S: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 4$ e assinale o que for **correto**.

- 01) No plano cartesiano, esta equação descreve uma hipérbole.
- 02) O conjunto S intercepta o eixo x em dois pontos, sendo um com abscissa negativa e outro com abscissa positiva.
- 04) A reta $y = x$ é secante a S .
- 08) A reta $x = -2$ é tangente a S .
- 16) O ponto $(0,0)$ pertence a S .

Questão 04

Baseado em conhecimentos sobre cônicas, assinale o que for **correto**.

- 01) Elipse é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de dois pontos distintos fixos chamados focos.
- 02) A equação $4x^2 - 9y^2 - 25 = 0$ determina uma hipérbole de focos no eixo x .
- 04) Seja r uma reta e P um ponto fora dela, ambos no mesmo plano. O lugar geométrico dos pontos equidistantes a r e a P será uma parábola.
- 08) A elipse de focos $(-1,0)$ e $(1,0)$, com seu eixo maior de extremidades em $(-3,0)$ e $(3,0)$, tem equação $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.
- 16) O eixo maior da elipse $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1$ tem extremidades $(7,0)$ e $(-7,0)$.

Questão 05

Considerando as propriedades de funções, assinale o que for **correto**.

- 01) O gráfico de uma função afim, cujos domínio e contradomínio são \mathbb{R} , é uma reta.
- 02) Sejam A um conjunto formado por 10 crianças e B um conjunto formado por 20 adultos, sendo os adultos as 10 mães e os 10 pais destas crianças. Então, a lei que associa cada criança a seu casal de pais é uma função de A em B .
- 04) Se f e g são funções reais, sendo f crescente e g decrescente, então $f - g$ é uma função constante.
- 08) Quaisquer que sejam os conjuntos distintos A e B , e funções $f: A \rightarrow B$ e $g: A \rightarrow B$, é possível definir a função $g \circ f: A \rightarrow B$.
- 16) Uma função $f: A \rightarrow B$ é injetora se todo elemento de $y \in B$ possui um correspondente $x \in A$ de tal forma que $f(x) = y$.

Questão 06

Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

A partir delas, é **correto** afirmar que:

- 01) A matriz A é uma matriz invertível.
- 02) A primeira e a última linhas de $A \cdot B$ são iguais.
- 04) É possível calcular o determinante da matriz B .
- 08) O determinante da inversa de A é $-\frac{1}{10}$.
- 16) $A \cdot B = B \cdot A$.

Questão 07

Sejam: Q_1 um quadrado de lado l e C_1 a circunferência inscrita em Q_1 ; Q_2 um quadrado inscrito em C_1 , e C_2 a circunferência inscrita em Q_2 ; Q_3 um quadrado inscrito em C_2 , e C_3 a circunferência inscrita em Q_3 . Assinale o que for **correto**.

- 01) A área entre Q_1 e Q_3 é $\frac{3}{2}$ da área de Q_2 .
- 02) As medidas dos lados dos quadrados Q_1 , Q_2 e Q_3 são três termos consecutivos de alguma progressão geométrica decrescente.
- 04) As medidas dos raios das circunferências C_1 , C_2 e C_3 são três termos consecutivos da progressão geométrica de primeiro termo $\frac{l}{2}$ e razão $\sqrt{2}$.
- 08) A área de C_2 é o dobro da área de C_3 .
- 16) A diagonal de um cubo que tem Q_3 como face mede

$$l \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{3}.$$

Questão 08

Seja m um número real. Em relação à função dada por $f(x) = mx^2 + 4mx + (m+1)$, é **correto** afirmar que

- 01) é uma função quadrática para todo m real.
- 02) para $m \geq \frac{1}{3}$, $f(x) = (x + 2 - \sqrt{3m-1})(x - 2 + \sqrt{3m-1})$.
- 04) para todo $m < 0$, o gráfico é uma parábola com concavidade para baixo e com duas raízes reais.
- 08) a função é positiva para todo x real, sempre que $0 < m < \frac{1}{3}$.
- 16) para $m = 2$, a função é negativa para todo x real.

Questão 09

Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{3} \leq x < 5\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 8\} \text{ e}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 9\}, \text{ e assinale o que for } \mathbf{correto}.$$

01) $(A \cup D) - (A \cap D) = [-3, 0]$.

02) $(B \cap C) - D =]0, 1]$.

04) $(C \cup D) \cap B =]0, 9]$.

08) $(B \cap D) \subset C$.

16) $\mathbb{R} - B =]-\infty, 0]$.

Questão 10

Suponha que um vídeo game que custa R\$ 2.000,00 sofre uma depreciação de 20% a cada ano, enquanto uma casa que custa R\$ 200.000,00 sofre uma valorização de 10% ao ano. Considerando $(1,1)^6 = 1,77$, assinale as alternativas **corretas**.

- 01) Em 5 anos, o vídeo game terá valor nulo.
 02) Se uma pessoa comprar este vídeo game hoje e vendê-lo em 2 anos, o prejuízo será de R\$ 600,00.
 04) Daqui a 10 anos, a casa valerá mais que o dobro do que vale hoje.
 08) Passados três anos, o vídeo game valerá R\$ 800,00.
 16) Se uma pessoa comprar a casa e vendê-la após 6 anos, terá lucro de R\$ 154.000,00.

Questão 11

Considere as funções $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : B \rightarrow \mathbb{R}$, sendo A o maior subconjunto de \mathbb{R} onde $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x}}$ está definida, e B o maior subconjunto de \mathbb{R} onde $g(x) = \cos(x)$ está definida. A partir desses dados, assinale o que for **correto**.

- 01) O único valor real onde f não está definida é 0.
 02) O número real -1 pertence à imagem de f .
 04) É possível definir $g \circ f$ em todo domínio de f .
 08) A inversa $f^{-1} : Im(f) \rightarrow Dom(f)$ é dada por $f^{-1}(x) = \frac{2}{y^2 - 1}$.
 16) A composta $f \circ g$ não está definida para pontos da forma $2k\pi$ com $k \in \mathbb{Z}$.

Questão 12

Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

De acordo com conhecimentos sobre matrizes e determinantes, é **correto** afirmar que

- 01) $\det(M \cdot N) = \det(N \cdot M)$, onde M e N são matrizes quadradas de mesma ordem.
 02) $\det M^t = -\det M$, onde M é matriz quadrada de ordem ímpar.
 04) $\det(C) = 4$.
 08) a matriz $A \cdot B$ possui três linhas e três colunas.
 16) $\det(A \cdot B) = 96$.

Questão 13

Considerando o módulo de números reais e as funções envolvendo módulo, assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) $|x| \neq -x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- 02) Se f e g estão definidas no mesmo domínio e no mesmo contradomínio, então o gráfico de $f(x) = |x+2| - 2$ é igual ao gráfico de $g(x) = |x|$, mas deslocado em duas unidades para a esquerda no eixo x e duas unidades para baixo no eixo y .
- 04) A função $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = |x|$, é injetora e sobrejetora.
- 08) A solução da equação $|\cos(x+4) - \sin(x-1) + \sqrt{x+2-1}| + 5 = 0$ é $k\pi$, para $k \in \mathbb{Z}^+$.
- 16) A equação $|x+1| - |x-1| = 0$ não possui solução real.

Questão 14

Sobre números naturais e inteiros é **correto** afirmar.

- 01) Seja $a = \text{MDC}(b, c)$. Então o resto da divisão de b por a e o resto da divisão de c por a são iguais.
- 02) Se $a = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$ e $b = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$, então o $\text{MMC}(a, b) = 2310$.
- 04) A soma dos n primeiros números ímpares naturais é n^2 .
- 08) Todo número maior que 1, que não é composto, é primo.
- 16) Entre 0 e 100 existem apenas 4 números cujo resto da divisão por 2, e por 3, e por 5 é 1.

Questão 15

Uma pirâmide quadrangular regular P , de altura h e aresta da base medindo a foi seccionada transversalmente por um plano de modo que se obtêm um tronco de pirâmide T e uma pirâmide P' , cujo vértice coincide com o vértice da pirâmide P . Sabendo-se que o volume de P' é $\frac{1}{7}$ do volume de T , é **correto** afirmar que

- 01) o volume de T é $\frac{7}{8}a^2h$.
- 02) a área da base de P' é $\frac{a^2}{4}$.
- 04) a altura de P' é $\frac{h}{2}$.
- 08) o apótema de P' mede $\frac{1}{4}$ do apótema de P .
- 16) a área total de P' é $\frac{a^3 + 4a^2 + 4ah^2}{16}$.

Questão 16

Rascunho

Se $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, então é **correto** afirmar que

01) $\log 360 = 6(a + b) + 1$

02) $\log_{0,04} 18 = \frac{a + 2b}{a - 1}$.

04) $\log_x 40 = 2$ tem solução $x = \sqrt{10^{2a+1}}$.

08) $\log 8^x - \log 6^{2x} = x^2$ tem duas soluções, sendo uma delas $x = a - 2b$.

16) $\log \sqrt{250} = \frac{3}{2} - a$.

Questão 17

Assinale o que for correto.

01) $\cos 140^\circ + \cos 100^\circ + \cos 20^\circ = 0$.

02) $f(x) = 2\text{sen}(2x)$ é uma função de período 4π .

04) $\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\text{sen}x - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

08) $\text{sen}250^\circ < \cos 330^\circ < \text{tg}30^\circ$.

16) A equação $3\cos^2 x - 4\text{sen}x + 1 = 0$ não tem solução real.

Questão 18

A respeito do polinômio $p(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 15x - 18$, é **correto** afirmar que:

01) O produto dos inversos de suas raízes é $\frac{-1}{18}$.

02) $p(x)$ tem todas as raízes distintas, sendo duas delas números inteiros primos e as outras duas são números irracionais.

04) $p(x)$ é divisível por $\frac{\sqrt{3}x - 3}{\sqrt{3}}$.

08) O quociente da divisão de $6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 1$ por $p(x)$ tem grau 2.

16) O resto da divisão de $p(x)$ por $3x^4 - 5$ é um polinômio de grau maior ou igual a 4.

Questão 19

Seja ABC um triângulo cujos lados \overline{AB} e \overline{BC} medem 2 cm e cujo ângulo interno $B\hat{A}C$ mede $\frac{\pi}{6}$. Suponha que a altura relativa ao vértice C é o segmento \overline{CD} , sendo D um ponto sobre o prolongamento de \overline{AB} , de modo que B está entre A e D . Assinale o que for **correto**.

- 01) O ângulo externo do triângulo ABC no vértice B mede $\frac{\pi}{6}$.
- 02) O triângulo BCD é retângulo e seus catetos medem 1 e $\sqrt{3}$.
- 04) Os triângulos ACD e BCD são semelhantes, com razão de semelhança igual a 3.
- 08) A altura do triângulo ACD relativa ao vértice D mede 1,5 cm.
- 16) A área entre a circunferência, de centro C e raio 2 cm, e o triângulo ABC é menor que 1 cm^2 .

Questão 20

Assinale a(s) alternativa(s) **correta(s)**.

- 01) Em uma competição, o pódio é composto pelos 5 primeiros colocados. Se há 100 competidores, o número de pódios possíveis é $\frac{100!}{5!}$.
- 02) O número 540 tem 20 divisores positivos.
- 04) Há 720 maneiras distintas de se escolher 3 livros dentre 10 livros diferentes disponíveis.
- 08) Com os algarismos 0, 2, 5, 6 e 7 podemos formar 60 números de três algarismos distintos.
- 16) Com os algarismos 1, 3, 4, 5, 7 e 8 podemos formar $6!$ números ímpares de 6 algarismos distintos.