

## Prova 3 – Matemática

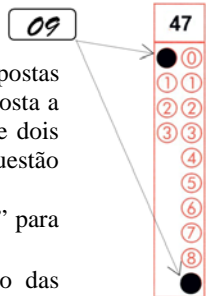
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

### INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
- É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9h.**
- Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação e verifique se as matérias correspondem àquelas relacionadas na etiqueta fixada em sua carteira. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
- Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos com lentes escuras, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
- A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
- O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova. Ou seja, você só poderá deixar a sala de provas após as 11h30min.
- No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
- Preenchimento da Folha de Respostas: no caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09, que corresponde à soma das alternativas corretas 01 e 08.
- ATENÇÃO:** não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
- Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período o “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
- Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
- A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
- São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas neste Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

### RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – INVERNO 2018

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

## MATEMÁTICA – Formulário

Geometrias Plana, Espacial e Analítica	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Área do círculo <math>A = \pi r^2</math></p> <p>Volume da pirâmide: <math>V = \frac{1}{3} A \cdot h</math></p> $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
Funções	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
Progressões	<p>Progressão Aritmética (PA):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (PG):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

## Questão 01

Assinale o que for **correto**.

01)  $\frac{5}{2} < \frac{10}{4} < \frac{15}{8}$ .

02)  $\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}}} < \sqrt{\sqrt{\sqrt{\frac{1}{2}}}}$ .

04)  $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$ .

08)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$ .

16) Se  $a$  e  $b$  são números reais tais que  $a < b$ , então  $a+1 < b+1$ .

## Questão 02

Assinale o que for **correto**.

01) A soma de um número complexo com seu conjugado e a multiplicação de um número complexo por seu conjugado resultam sempre em números reais.

02) A única solução real da equação  $x^3 - 15x - 4 = 0$  é  $x = 4$ .

04) O número complexo  $1+5i$  não possui inverso multiplicativo.

08) O menor número real positivo  $a$ , para o qual existem reais  $u$  e  $v$  satisfazendo  $uv = 5$  e  $u+v = a$ , é  $a = 2\sqrt{5}$ .

16) Se  $b$  é um número complexo diferente de zero, a equação  $x^3 = b$  possui três soluções complexas distintas.

## Questão 03

Assinale o que for **correto**.

01) Se  $A$  e  $B$  são matrizes quaisquer para as quais é possível efetuar o produto  $AB$ , então também é possível efetuar o produto  $A^t B^t$ .

02) A única matriz quadrada  $X$  de ordem 3

satisfazendo  $X \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  é a matriz identidade.

04) Se uma matriz quadrada possui duas colunas iguais, então ela não possui inversa.

08) A soma de quaisquer duas matrizes, de mesma ordem, que possuem inversa é uma matriz que possui inversa.

16) Existe uma matriz  $A$  quadrada, com entradas reais, de ordem 2, tal que  $A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

**Questão 04**

Rascunho

Seja  $ABC$  um triângulo retângulo em  $B$ , cuja hipotenusa mede 1cm. Seja  $D$  um ponto do segmento  $BC$  diferente de  $B$  e de  $C$ , e seja  $E$  o ponto no prolongamento do segmento  $AD$ , de modo que o ângulo  $A\hat{E}C$  seja reto. Considerando  $\alpha = B\hat{A}D$  e  $\beta = D\hat{A}C$ , assinale o que for **correto**.

- 01) Os triângulos  $ABD$  e  $CED$  são semelhantes.  
 02) O comprimento do segmento  $AE$ , em centímetros, é igual a  $\cos \beta$ .  
 04) O comprimento do segmento  $AB$ , em centímetros, é igual a  $\cos \alpha$ .  
 08) O comprimento do segmento  $CD$ , em centímetros, é igual a  $\frac{\sin \beta}{\cos \alpha}$ .  
 16) A área do triângulo  $ABC$  é maior do que  $0,25\text{cm}^2$ .

**Questão 05**

Com relação à função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 3x + 1$ , assinale o que for **correto**.

- 01)  $f(-1) = -2$ .  
 02) Não existe  $a \in \mathbb{R}$  para o qual  $f(a) = a$ .  
 04) Para quaisquer  $a, b, c$  e  $d$  reais satisfazendo  $b - a = d - c$ , temos que  $f(b) - f(a) = f(d) - f(c)$ .  
 08)  $f^{-1} = f$ .  
 16) Dado  $a \in \mathbb{R}$ , existe  $b \in \mathbb{R}$  tal que  $f(b) = a$ .

**Questão 06**

Assinale o que for **correto**.

- 01) Para qualquer  $a \in \mathbb{R}$ , a equação  $x - \frac{1}{x} = a$  possui solução real.  
 02) Quaisquer que sejam  $a$  e  $x$  reais, sendo  $a$  positivo, temos que  $\left(\frac{a^x + a^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a^x - a^{-x}}{2}\right)^2 = 1$ .  
 04) A equação  $7^x = 19$  não possui solução real.  
 08) Para todo  $a \in \mathbb{R}$ , a equação  $2^x + 2^{-x} = a$  possui solução real.  
 16) Quaisquer que sejam  $a$  e  $b$  reais,  $2^a \cdot 3^b = 2^b \cdot 3^a$ .

**Questão 07**

Considerando no plano cartesiano a reta  $r$ , que contém os pontos  $P(1, -2)$  e  $Q(5, 6)$ , e sendo  $R$  o ponto de coordenadas  $(4, -1)$ , assinale o que for **correto**.

- 01) A distância de  $R$  a  $P$  é igual a  $3\sqrt{2}$  u.c.
- 02) O ponto  $Q$  está mais próximo de  $R$  do que de  $P$ .
- 04) Existe uma reta  $s$ , no plano cartesiano, contendo  $P$ , de modo que todo ponto pertencente a  $s$  está mais próximo de  $P$  do que de  $R$ .
- 08) A equação  $y = 2x - 4$  é uma equação para a reta  $r$ .
- 16) O ponto  $(3, -3)$  pertence à parábola de foco  $R$  e diretriz  $r$ .

**Questão 08**

O pai de João lhe dá R\$100,00 todo mês, com possibilidade de aumentar esse valor. No momento de pagar, diz a João para que vire 3 cartas de um monte com 8 cartas de baralho, sendo uma carta com o número 2, uma com o 3, uma com o 4, uma com o 5, uma com o 6, uma com o 7, uma com o 8 e uma com o 9. Se a soma dos números das cartas retiradas por João for igual ou maior do que 22, ele recebe mais R\$50,00. Se for inferior, ele retira mais uma carta e, se a soma dos números das quatro cartas tiradas for igual ou maior do que 22, ele ganha mais R\$15,00.

- 01) A probabilidade de que ele ganhe os R\$50,00 a mais em um mês é inferior a 5%.
- 02) Se as três primeiras cartas viradas forem 3, 7 e 5, a probabilidade de ele ganhar mais R\$15,00 é igual a 50%.
- 04) A probabilidade de ele ficar somente com os R\$100,00 em um mês é inferior a 50%.
- 08) Se, ao longo de um ano todo, ele receber R\$1.340,00 de seu pai, é possível dizer em quantos meses desse ano ele recebeu R\$115,00.
- 16) Se as primeiras três cartas retiradas forem 2, 7 e 3, ele não receberá dinheiro a mais, independentemente de que número retirar na quarta carta.

**Questão 09**

Seja  $ABCD$  um trapézio isósceles (isto é, em que os lados opostos não paralelos entre si possuem o mesmo comprimento) cuja base maior mede 8cm e cuja base menor mede 2cm e com altura (relativa às bases) igual a 4cm. Assinale o que for **correto**.

- 01) A área desse trapézio é igual a  $25\text{cm}^2$ .
- 02) Os demais lados do trapézio, cujos comprimentos não foram fornecidos, medem 5cm cada.
- 04) Existe uma circunferência que contém os quatro vértices desse trapézio.
- 08) A circunferência que tangencia a base maior e a base menor do trapézio em seus pontos médios tangencia os demais lados do trapézio.
- 16) Existem três vértices do trapézio que são vértices de um triângulo retângulo.

**Questão 10**

Rascunho

Considerando  $C$  o conjunto formado por todas as matrizes quadradas de ordem 3 que possuem três entradas iguais a 1 e seis entradas iguais a 0, assinale o que for **correto**.

- 01) Ao todo, o conjunto  $C$  possui 84 elementos.
- 02) Ao todo, há 12 matrizes em  $C$  que possuem inversa.
- 04) Ao todo, há 18 matrizes em  $C$  nas quais a soma das entradas da diagonal principal é igual a 2.
- 08) Ao todo, há 19 matrizes em  $C$ , que são iguais à transposta de si mesma.
- 16) Todas as matrizes de  $C$  possuem determinante igual a 0 ou igual a 1.

**Questão 11**

Seja  $ABCD$  um quadrado de lados medindo 2cm e sejam  $AC$  e  $BD$  suas diagonais. No mesmo plano do quadrado, considere um ponto  $E$  tal que  $ACE$  seja um triângulo equilátero e  $D$  seja um ponto interior a esse triângulo. Assinale o que for **correto**.

- 01) O ângulo  $B\hat{A}C$  é ângulo externo ao triângulo  $ACE$ .
- 02) A área do quadrilátero  $ADCE$  é igual a  $2(\sqrt{3}-1)$ .
- 04) A soma dos ângulos internos do quadrilátero  $ABCE$  é maior que  $330^\circ$ .
- 08) O seno do ângulo  $D\hat{A}E$  é igual a  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ .
- 16) O perímetro do quadrilátero  $ADCE$  é igual a 8cm.

**Questão 12**

Considere a PA  $(a_n) = (15, 9, 3, \dots)$  e a PG  $(b_n)$  com  $b_1 = \frac{-16}{9}$  e razão  $-3$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) Todos os termos da PA são números naturais.
- 02) O primeiro e o sexto termos da PA têm o mesmo módulo.
- 04) A decomposição de  $b_{10}$  em fatores primos é  $2^4 3^7$ .
- 08)  $b_8$  é divisível pela soma dos 8 primeiros termos da PA.
- 16) A soma dos 2018 primeiros termos da PG é um número negativo.

**Questão 13**

Considere as funções  $f(x) = x^2 + 6x + 9$ ,  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 5}$  e  $h(x) = |x| - 3$ . Assinale o que for **correto**.

- 01)  $\text{Dom}(g) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 5\}$ .  
 02)  $g(h(-7)) > 0$ .  
 04)  $\text{Im}(h) \subseteq \text{Im}(f)$ .  
 08)  $g(x) < 0$ , para todo  $x \leq -3$ .  
 16) O gráfico de  $f(x)$  intercepta a reta de equação  $y = x + 3$  nos pontos  $(0, 3)$  e  $(2, 1)$ .

**Questão 14**

Um triângulo isósceles  $ABC$  tem lados  $AB$  e  $AC$  medindo  $3\text{m}$  e o lado  $BC$  medindo  $2\text{m}$ . Sobre o lado  $AB$ , considere os pontos  $D$  e  $E$  tais que  $AE$ ,  $ED$  e  $DB$  medem  $1\text{m}$  cada. As retas que passam por  $D$  e  $E$  e que são paralelas à reta determinada pelos pontos  $B$  e  $C$  interceptam o lado  $AC$  nos  $D'$  e  $E'$ , respectivamente. Assinale o que for **correto**.

- 01) O segmento  $DD'$  mede o dobro do segmento  $EE'$ .  
 02) A área do trapézio  $EDD'E'$  é igual a  $\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{m}^2$ .  
 04) O ângulo  $\hat{A}BC$  é maior que  $\frac{\pi}{4}$ .  
 08) O perímetro do triângulo  $AEE'$  é igual a  $3\text{m}$ .  
 16) As áreas dos triângulos  $ABC$ ,  $ADD'$  e  $AEE'$  são três termos consecutivos de uma PA de razão  $\frac{1}{9}$ .

**Questão 15**

No plano cartesiano, considere uma circunferência  $C_1$  que passa pela origem e é concêntrica à circunferência  $C_2$  de equação  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ . Assinale o que for **correto**.

- 01) O ponto  $(3, -2)$  pertence à circunferência  $C_2$ .  
 02) A equação de  $C_1$  é  $x^2 + y^2 = 0$ .  
 04) O diâmetro da circunferência  $C_2$  mede  $6 \text{ u.c.}$   
 08) A reta  $y = x$  é tangente à circunferência  $C_2$ .  
 16) A circunferência  $C_2$  é interna à circunferência  $C_1$ .

**Questão 16**

Rascunho

Assinale o que for **correto**.

01) Se  $\alpha, \beta \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$ , então  $\cos \alpha \cdot \sin \beta < 0$ .

02)  $\sin\left(\frac{49\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

04) Se  $\cos x = \frac{1}{5}$ , com  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , então  $\operatorname{tg} x = 2\sqrt{6}$ .

08) A equação  $\cos 3x = 1$  não tem solução no intervalo  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .16) A inequação  $\sin 2x > 1$  tem solução no intervalo  $0 < x < 2\pi$ .**Questão 17**Considere os polinômios  $p(x) = x^4 + 4x^3 + x^2 - 8x - 6$  e  $q(x) = x^3 - x^2 + 3x + 1$ . Assinale o que for **correto**.01)  $-1$  e  $-3$  são raízes de  $p(x)$ .02) O produto das raízes de  $p(x)$  é igual a  $6$ .04)  $q(x)$  não tem raízes racionais.08) O grau do quociente da divisão de  $p(x)$  por  $q(x)$  é igual a  $2$ .16) No produto  $p(x) \cdot q(x)$ , o termo de grau  $4$  tem coeficiente  $4$ .**Questão 18**Seja  $ABC$  um triângulo e sejam  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  as medidas dos seus ângulos internos relativos aos vértices  $A, B$  e  $C$ , respectivamente. Suponha  $\alpha = 120^\circ$  e  $\cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Assinale o que for **correto**.01)  $\cos \alpha > 0$ .02) O lado  $BC$  é o maior lado do triângulo  $ABC$ .04) Se  $AC$  mede  $\sqrt{2}\text{cm}$ , então  $BC$  mede  $\sqrt{3}\text{cm}$ .08) Se  $AB$  mede  $3\text{cm}$  e  $BC$  mede  $2\sqrt{2}\text{cm}$ , então  $AC$  mede  $5\text{cm}$ .16)  $\sin \gamma < \frac{\sqrt{2}}{4}$ .



Em uma cidade, o IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano) é cobrado da seguinte forma: R\$1,25 por  $m^2$  da área total do terreno mais R\$1,50 por  $m^2$  de construção. Nessa mesma cidade, a prefeitura exige por lei que cada terreno tenha pelo menos 10% de área permeável, ou seja, sem construção. Com o intuito de incentivar os munícipes a terem edificações mais sustentáveis, a prefeitura concede um desconto de 7% no IPTU para quem instalar um sistema de captação de água de chuva e 5% de desconto para quem instalar um sistema de aquecimento de água. Suponha que Jorge tenha um terreno retangular de  $300m^2$  de área e 12m de largura e assinale o que for **correto**.

- 01) O perímetro do terreno de Jorge é de 74m.
- 02) Jorge pode construir em até  $270m^2$  de seu terreno.
- 04) Suponha que Jorge construiu uma casa de  $100m^2$  e instalou um sistema de captação de água de chuva e um sistema de aquecimento de água. Nesse caso o IPTU do seu imóvel será menos de R\$400,00.
- 08) Em um certo ano, quando não havia construção em seu terreno, Jorge pagou o IPTU à vista e por isso ganhou um desconto de 20%. Naquele ano pagou menos de R\$280,00 de IPTU.
- 16) A prefeitura permite o pagamento do IPTU em três parcelas iguais com acréscimo de 20% sobre o valor original. Se não há construção no terreno de Jorge e se ele optar por essa forma de pagamento, cada parcela será maior que R\$130,00.

Em uma sorveteria, o sorvete é vendido em dois tipos de embalagem, ambas com tampa sem abas. A embalagem A tem a forma de um tronco de cone circular reto com altura de 21cm, cuja base tem um raio de 4cm e a tampa tem um raio de 8cm. A embalagem B tem a forma de um cilindro circular reto de altura 15cm, e o raio da tampa mede 6cm. Nas duas embalagens, a tampa e o fundo são de plástico, e o restante é feito de isopor. Despreze a espessura das embalagens. Assinale o que for **correto**.

- 01) Em uma embalagem do tipo A, cabem mais de 2L de sorvete.
- 02) Se o sorvete tem custo de produção de R\$5,00 por litro, então o custo do sorvete para encher totalmente uma embalagem do tipo B é maior que R\$12,00.
- 04) Gasta-se mais plástico para produzir uma embalagem do tipo B do que se gasta para produzir uma embalagem do tipo A.
- 08) A área lateral de cada embalagem do tipo B é maior que  $1500cm^2$ .
- 16) Ao cortarmos uma embalagem do tipo A ao meio paralelamente à base, obteremos uma circunferência de raio 6cm.