

Prova 3 – Matemática

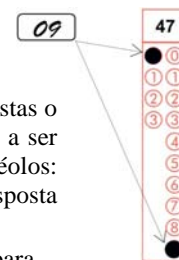
Nº DE ORDEM:

Nº DE INSCRIÇÃO:

NOME DO CANDIDATO:

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

1. Confira os campos Nº DE ORDEM, Nº DE INSCRIÇÃO e NOME DO CANDIDATO, que constam na etiqueta fixada em sua carteira.
2. Confira se o número do gabarito deste caderno corresponde ao número constante na etiqueta fixada em sua carteira. Se houver divergência, avise imediatamente o fiscal.
3. **É proibido folhear o Caderno de Questões antes do sinal, às 9 horas.**
4. Após o sinal, confira se este caderno contém 40 questões objetivas e/ou algum defeito de impressão/encadernação. Qualquer problema avise imediatamente o fiscal.
5. Durante a realização da prova é proibido o uso de dicionário, de calculadora eletrônica, bem como o uso de boné, de óculos de sol, de gorro, de turbante ou similares, de relógio, de celulares, de bips, de aparelhos de surdez, de MP3 *player* ou de aparelhos similares. É proibida ainda a consulta a qualquer material adicional.
6. A comunicação ou o trânsito de qualquer material entre os candidatos é proibido. A comunicação, se necessária, somente poderá ser estabelecida por intermédio dos fiscais.
7. O tempo mínimo de permanência na sala é de duas horas e meia, após o início da prova.
8. No tempo destinado a esta prova (4 horas), está incluído o de preenchimento da Folha de Respostas.
9. Preenchimento da Folha de Respostas: No caso de questão com apenas uma alternativa correta, lance na Folha de Respostas o número correspondente a essa alternativa correta. No caso de questão com mais de uma alternativa correta, a resposta a ser lançada corresponde à soma dessas alternativas corretas. Em qualquer caso o candidato deve preencher sempre dois alvéolos: um na coluna das dezenas e um na coluna das unidades, conforme o exemplo (do segundo caso) ao lado: questão 47, resposta 09 (soma, no exemplo, das alternativas corretas, 01 e 08).
10. **ATENÇÃO:** Não rabisque nem faça anotações sobre o código de barras da Folha de Respostas. Mantenha-o “limpo” para leitura óptica eficiente e segura.
11. Se desejar ter acesso ao seu desempenho, transcreva as respostas deste caderno no “Rascunho para Anotação das Respostas” (nesta folha, abaixo) e destaque-o na linha pontilhada, para recebê-lo hoje, ao término da prova, no horário das 13h15min às 13h30min, mediante apresentação do documento de identificação. Após esse período, não haverá devolução, ou seja, esse “Rascunho para Anotação das Respostas” não será devolvido.
12. Ao término da prova, levante o braço e aguarde atendimento. Entregue ao fiscal este caderno, a Folha de Respostas e o Rascunho para Anotação das Respostas.
13. A desobediência a qualquer uma das determinações dos fiscais poderá implicar a anulação da sua prova.
14. São de responsabilidade única do candidato a leitura e a conferência de todas as informações contidas no Caderno de Questões e na Folha de Respostas.



Corte na linha pontilhada.

RASCUNHO PARA ANOTAÇÃO DAS RESPOSTAS – PROVA 3 – INVERNO 2016

Nº DE ORDEM:

NOME:

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



UEM – Comissão Central do Vestibular Unificado

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Geometrias Plana, Espacial e Analítica</p>	<p>Área do triângulo:</p> $A = \frac{bh}{2}$ <p>Área do retângulo:</p> $A = bh$ <p>Lei dos senos: $\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma} = 2R$</p> <p>Área do círculo $A = \pi r^2$</p> <p>Volume da pirâmide: $V = \frac{1}{3} A \cdot h$</p> <p>Volume da esfera: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Funções</p>	<p>Função quadrática</p> $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Progressões</p>	<p>Progressão Aritmética (P. A.):</p> $a_n = a_1 + (n-1)r$ $S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$ <p>Progressão Geométrica (P. G.):</p> $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

MATEMÁTICA

Questão 01

Assinale o que for **correto**.

- 01) $\frac{23}{2} + \frac{2}{23} > \frac{25}{25}$.
- 02) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{36} = \sqrt{900}$.
- 04) $\sqrt{120} + \sqrt{169} = \sqrt{289}$.
- 08) $\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} + \frac{4}{9}$.
- 16) $\left(\frac{49}{8}\right) \div \left(\frac{7}{2}\right) = \left(\frac{49}{8}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right)$.

Questão 02

Considere um sistema cartesiano ortogonal de origem $O = (0,0)$. Um ponto nesse sistema é representado por um par ordenado $P = (x,y)$, onde a coordenada x é chamada de abscissa e a coordenada y , de ordenada. Assinale o que for **correto**.

- 01) Considere duas circunferências, a primeira de centro em $P_1 = (1,1)$ e a segunda de centro em $P_2 = (1, \frac{1}{2})$, ambas de raio igual a $\frac{1}{4}$. A interseção entre elas é vazia.
- 02) A reta de equação $y = 2x + 5$ intersecta a circunferência de equação $(x-2)^2 + y^2 = 6$, nos pontos $P_1 = (1,7)$ e $P_2 = (0,5)$.
- 04) A equação $x^2 - 6x + y^2 - 2y = -6$ é a equação da circunferência de centro em $P = (3,1)$ e raio 2.
- 08) O ponto $P = (1,3)$ pertence à circunferência de equação $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$.
- 16) As retas r e s , respectivamente, de equações $y = -\frac{3}{2}x + 3$ e $y = \frac{2}{3}x$, são perpendiculares.

Questão 03

Considere um sistema cartesiano ortogonal de origem $O = (0,0)$. Um ponto nesse sistema é representado por um par ordenado $P = (x,y)$, onde a coordenada x é chamada de abscissa e a coordenada y , de ordenada. Assinale o que for **correto**.

- 01) A parábola de reta diretriz $x = -2$ e foco $(2,0)$ tem equação $y^2 = 2x$.
- 02) A equação da elipse com centro na origem, extremidades do eixo maior nos pontos $A_1 = (-1,0)$ e $A_2 = (1,0)$ e extremidades do eixo menor nos pontos $B_1 = (0, \frac{1}{2})$ e $B_2 = (0, -\frac{1}{2})$, é $x^2 + 4y^2 = 1$.
- 04) Os pontos $F_1 = (3,0)$ e $F_2 = (-3,0)$ são focos da elipse de equação $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
- 08) A hipérbole de equação $4x^2 - 25y^2 = 100$ tem seus focos sobre o eixo y .
- 16) A excentricidade da elipse de equação $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ é $e = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Questão 04

Nas simplificações abaixo, assinale o que for **correto**.

01) $\frac{3x-3}{x^2-1} = \frac{3}{x+1}$, para $x \neq 1$ e $x \neq -1$.

02) $\frac{x^2-6x+9}{x+3} = x+3$, para $x \neq -3$.

04) $\frac{x^3+x^2-5x-2}{x-2} = x^2+3x+1$, para $x \neq 2$.

08) $\frac{x^2+3x+2}{(x+2)(x+1)} = 1$, para $x \neq -1$ e $x \neq -2$.

16) $\frac{x+5}{\frac{x}{5}+1} = 5$, para $x \neq -5$.

Questão 05

Considere os números complexos $z_1 = 1+5i$ e $z_2 = 3+4i$.
Assinale o que for **correto**.

01) $z_1 \cdot \overline{z_1} = 26$.

02) $z_1 + z_2 = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

04) $z_1 \cdot z_2 = 3 + 20i$.

08) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{23}{25} + \frac{11}{25}i$.

16) $z_1 + \overline{z_1} = 0$.

Questão 06

Sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções. Assinale o que for **correto**.

01) Se $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x$, então $f(x) > g(x)$ para todo número real x .

02) Se f e g são funções modulares definidas por $f(x) = |x+1|$ e $g(x) = |x-1|$, então seus gráficos não têm intersecção.

04) Se f é a função modular definida por $f(x) = |2x|$ e g é a função constante definida por $g(x) = 10$, então $f(x) \leq g(x)$ quando $-5 \leq x \leq 5$; e $f(x) > g(x)$ se $x > 5$ ou $x < -5$.

08) Se $f(x) = 5 - |x+1|$, então podemos calcular $\sqrt{f(x)}$ para todo $x \geq 0$.

16) Se f é a função modular definida por $f(x) = |x+1|$, então o conjunto imagem de f é $\text{Im}(f) = [1, +\infty)$.

RASCUNHO

Questão 07

Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 14 & 16 \end{pmatrix}$.

Assinale o que for **correto**.

- 01) A matriz $A - B$ tem matriz inversa.
- 02) O sistema de equações matriciais $\begin{cases} X + Y = A - B \\ X + O = A \end{cases}$, onde X, Y e O são matrizes de ordem 2×2 , sendo X e Y incógnitas e O a matriz nula, não tem solução.
- 04) O determinante da matriz inversa de A é $-\frac{1}{5}$.
- 08) Se $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ são duas matrizes de ordem 2×1 , onde x e y são incógnitas, então o sistema de duas equações e duas incógnitas $BX = C$ tem uma única solução.
- 16) $\det(A.B) = \det(B.A)$.

Questão 08

Em relação a equações e inequações exponenciais, assinale o que for **correto**.

- 01) O conjunto solução da equação $3^{x^2-3x} = 81$ é $S = \{2, -4\}$.
- 02) O conjunto solução da equação $5.4^{x+1} = 40$ é $S = \{2\}$.
- 04) O conjunto solução da inequação $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+5} \geq 9^{x-1}$ é $S = [-1, +\infty)$.
- 08) O conjunto solução da inequação $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x+3} < \left(\frac{1}{2}\right)^2$ é $S = \{x \in \mathbb{R}; x \neq 1\}$.
- 16) A inequação $5^{x^2+6x+3} < \left(\frac{1}{5}\right)^6$ não tem solução real.

Questão 09

Um aluno pretende fazer dois cones de papel utilizando, para fazer a lateral do primeiro cone, um setor circular de ângulo $\pi/4$ rad e 8 cm de raio e, para o segundo, um setor circular também de ângulo $\pi/4$ rad e 4 cm de raio. Assinale o que for **correto**.

- 01) A área do círculo que forma a base do primeiro cone será o dobro da área do círculo que forma a base do segundo cone.
- 02) A razão entre os comprimentos do raio da base e da geratriz, em ambos os cones, será a mesma.
- 04) A área do setor circular usado para fazer o primeiro cone será o quádruplo da área do setor circular usado para fazer o segundo cone.
- 08) O volume do primeiro cone será o dobro do volume do segundo cone.
- 16) A altura do primeiro cone será de 7 cm.

Questão 10

Um colégio preparou um simulado com trinta e duas questões nos moldes do vestibular da UEM, isto é, cada questão possui cinco alternativas numeradas com os números 1, 2, 4, 8 e 16, e a resposta correta de cada questão é obtida pelo somatório dos números das alternativas corretas dessa questão. Sabendo-se que, nessa prova, aparecem todas as respostas possíveis de 0 a 31 (incluindo 0 e 31), assinale o que for **correto**.

- 01) Escolhendo-se ao acaso uma questão, a probabilidade de se escolher uma questão na qual exatamente duas alternativas são verdadeiras é igual à probabilidade de se escolher uma questão na qual exatamente três alternativas são verdadeiras.
- 02) Escolhendo-se ao acaso uma questão, a probabilidade de se escolher uma questão na qual exatamente quatro alternativas são verdadeiras é igual à probabilidade de se escolher uma questão na qual há apenas uma alternativa verdadeira.
- 04) Escolhendo-se ao acaso uma questão, a probabilidade de que ela possua, pelo menos, três alternativas verdadeiras é $1/2$.
- 08) A probabilidade de que, escolhendo-se uma questão ao acaso, a mesma possua exatamente quatro alternativas verdadeiras é $1/16$.
- 16) Escolhendo-se ao acaso uma questão, a probabilidade de se escolher uma questão na qual exatamente três alternativas são verdadeiras é o dobro da probabilidade de se escolher uma questão na qual uma única alternativa é verdadeira.

Questão 11

Um aluno resolveu todos os problemas de matemática de um livro em um período de cinco meses. No primeiro mês, ele resolveu 30% dos exercícios do livro. No segundo mês, ele resolveu 30% dos exercícios que ficaram faltando ao final do primeiro mês. No terceiro mês, ele resolveu 30% dos exercícios que ficaram faltando ao final do segundo mês. No quarto mês, ele resolveu 30% dos exercícios que ficaram faltando ao final do terceiro mês e, no quinto mês, ele resolveu todos os exercícios faltantes. Assinale o que for **correto**.

- 01) O mês em que o aluno resolveu mais exercícios foi o primeiro mês.
- 02) No último mês, o aluno resolveu mais de $1/4$ dos exercícios do livro.
- 04) Sendo n_1 a quantidade de exercícios que faltava para o aluno resolver no início do período considerado, n_2 a quantidade de exercícios que faltava resolver ao final do primeiro mês, n_3 a quantidade que faltava ao final do segundo mês e n_4 a quantidade que faltava ao final do terceiro mês, a sequência n_1, n_2, n_3, n_4 é uma progressão geométrica.
- 08) Durante o segundo mês, o aluno resolveu 21% dos exercícios do livro.
- 16) O aluno resolveu mais exercícios durante o terceiro e o quarto meses juntos do que ele resolveu no quinto mês.

Questão 12

Seja A um subconjunto de \mathbb{R} , a função característica de A é a função $f_A: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f_A(x) = 1$, se $x \in A$, e $f_A(x) = 0$, se $x \notin A$. Assinale o que for **correto**.

- 01) $f_{\mathbb{Q}}(\sqrt{2}) = 0$.
- 02) Se A e B são subconjuntos de \mathbb{R} tais que $A \cap B = \emptyset$, então para todo $x \in \mathbb{R}$, $f_{A \cup B}(x) = f_A(x) + f_B(x)$.
- 04) A função característica de qualquer subconjunto de \mathbb{R} é sobrejetora.
- 08) Se A e B são subconjuntos de \mathbb{R} , então para todo $x \in \mathbb{R}$, $f_{A \cap B}(x) = f_A(x)f_B(x)$.
- 16) Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, o gráfico de $f_{\mathbb{R}}$ é uma reta horizontal.

Questão 13

Usando conhecimentos sobre trigonometria, assinale o que for **correto**.

- 01) Num triângulo isósceles, a base mede 10 e os ângulos da base medem, cada um deles, $\frac{\pi}{4}$. Portanto o perímetro desse triângulo é $10 + 10\sqrt{2}$.
- 02) Vale a igualdade $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- 04) Se $y = \frac{\cotg \frac{3\pi}{2} + \operatorname{cosec} \frac{3\pi}{2}}{\sin \frac{3\pi}{2}}$ e $\cos \frac{3\pi}{2} = 0$, então $y = 1$.
- 08) Se $\operatorname{tg} x = a$ e $\cotg x = b$, então $a \cdot b = 1$.
- 16) Supondo que $\sin x = \frac{3}{4}$ e $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$, então $\sec x = \frac{1}{4}$.

Questão 14

Assinale o que for **correto**.

- 01) Para $0 < x < \frac{\pi}{2}$ temos $\sin x \cdot \cos x > 0$.
- 02) O conjunto solução da equação $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ é $\{x \in \mathbb{R}; x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- 04) Se $\cos^2 x = 1$, então $\sin x = 0$.
- 08) A função $f: (0, \pi) \rightarrow [-1, 1]$, definida por $f(x) = \sin x$, é bijetora.
- 16) A equação $\sin x = 0,9$ tem uma solução para $\pi < x < 2\pi$.

Questão 15

Considerando conhecimentos sobre Geometria Espacial, assinale o que for **correto**.

- 01) Se r e s são duas retas no espaço, com $r \cap s = \emptyset$, então a única possibilidade para r e s é que sejam paralelas.
- 02) Dados três pontos colineares A , B e C , no espaço, então não existe nenhum plano que contenha esses três pontos.
- 04) Se π , ρ e σ são planos distintos no espaço, então $\pi \cap \rho \cap \sigma$ pode determinar uma única reta, ou um único ponto, ou pode ser vazia.
- 08) Se r e s são duas retas reversas no espaço, então existe um plano que contém a reta s e é paralelo à reta r .
- 16) Seja α um plano e $P \notin \alpha$. Para calcular a distância do plano α ao ponto P basta escolher um ponto $Q \in \alpha$ qualquer e calcular a distância entre P e Q .

Questão 16

RASCUNHO

Com base em conhecimentos de Geometria Plana, assinale o que for **correto**.

- 01) O quadrado do comprimento do lado maior de um triângulo só é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos demais lados se o ângulo interno oposto ao maior lado é reto.
- 02) Todo quadrilátero no qual as medidas de todos os lados são as mesmas é um quadrado.
- 04) A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 360 graus.
- 08) Todo quadrilátero que é um retângulo é, também, um paralelogramo.
- 16) Em todo triângulo, a soma dos comprimentos de dois lados é sempre maior do que o comprimento do lado restante.

Questão 17

Em um jogo, um jogador cria uma senha secreta formada por uma sequência de quatro cores, todas distintas, dentre seis possíveis: amarelo, azul, vermelho, branco, preto e verde em uma determinada ordem. O segundo jogador tem que descobrir a senha criada pelo primeiro jogador dizendo corretamente as cores usadas na senha e a ordem em que elas aparecem. Após cada palpite de senha do segundo jogador, o primeiro diz quantas cores (não quais) das que ele chutou aparecem na senha secreta criada por ele e quantas dessas também estão na posição correta. Assim, se a senha secreta é verde, azul, preto e vermelho e o segundo jogador dá como chute amarelo, azul, preto e verde, o primeiro jogador dirá que, nesse palpite, o segundo jogador acertou três cores (no caso: verde, azul e preto), das quais duas em posição correta (no caso: azul e preto). O segundo jogador vence o jogo se acertar a senha secreta em até seis palpites. Considerando que qualquer sequência de quatro cores distintas tem igual probabilidade de ser a senha secreta, assinale o que for **correto**.

- 01) É possível criar um total de 360 senhas secretas distintas.
- 02) A probabilidade de o segundo jogador acertar no primeiro palpite as quatro cores da senha secreta, independentemente da ordem, é de $1/15$.
- 04) Dado que o segundo jogador acertou as quatro cores da senha secreta no primeiro palpite, a probabilidade de ele ter acertado a ordem exata das cores é de $1/10$.
- 08) Pelo menos duas das cores usadas em um palpite aparecem na senha secreta, ainda que na posição errada.
- 16) A probabilidade de, no primeiro palpite, o segundo jogador escolher para a primeira cor de seu palpite a primeira cor da senha secreta é de $1/4$.

Questão 18

Acerca das raízes complexas do polinômio $x^3 - 5x^2 + ax - 1$, sendo a um número real, assinale o que for **correto**.

- 01) Se $a = 0$, o polinômio possui uma única raiz de multiplicidade 3.
 02) O produto das raízes é 1.
 04) Se 1 é raiz desse polinômio, então $a = 5$.
 08) A soma das raízes é 5.
 16) Se 1 é raiz desse polinômio, as demais raízes não são reais.

Questão 19

Com base em conhecimentos de Geometria Plana, assinale o que for **correto**.

- 01) Quaisquer dois triângulos que possuem a mesma área são congruentes.
 02) Quaisquer dois triângulos congruentes possuem a mesma área.
 04) Quaisquer dois triângulos semelhantes são congruentes.
 08) Quaisquer dois triângulos congruentes são semelhantes.
 16) Se os triângulos ABC e DEF são tais que o comprimento de \overline{AB} é igual ao comprimento de \overline{DE} , o comprimento de \overline{BC} é igual ao comprimento de \overline{EF} e o ângulo interno \widehat{ABC} é congruente ao ângulo interno \widehat{DEF} , então os segmentos \overline{AC} e \overline{DF} possuem o mesmo comprimento.

Questão 20

Considerando as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = -x^2 + 20x - 16$ e $g(x) = -5x + 10$, para todo x real, assinale o que for **correto**.

- 01) Para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 84$.
 02) $(f + g)(1) = 8$.
 04) Os gráficos de f e g não se interceptam.
 08) O gráfico da função g é uma parábola com concavidade voltada para cima.
 16) A função f não possui inversa e $g^{-1}(x) = -\frac{x}{5} + 2$, para todo x real.